ORSAY
Série A,
n° d'ordre
1323

# THÈSE

PRESENTÉE

## A L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
## CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

## LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**Gérard GAMBIER**

**LA METHODE DE L'EMPOISONNEMENT PROGRESSIF COMME METHODE DE PERTURBATION POUR LA MESURE DES PROPRIETES NEUTRONIQUES D'UN MILIEU MULTIPLICATEUR**

Soutenue le 27 Juin 1974 devant la Commission d'Examen

MM. J. HOROWITZ — Président

J. BUSSAC
B. LAPONCHE — Examinateurs

ORSAY
Série A,
n° d'ordre
1323

# THÈSE

PRESENTÉE

## A L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
## CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

## LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**Gérard GAMBIER**

**LA METHODE DE L'EMPOISONNEMENT PROGRESSIF COMME METHODE DE PERTURBATION POUR LA MESURE DES PROPRIETES NEUTRONIQUES D'UN MILIEU MULTIPLICATEUR**

Soutenue le 27 Juin 1974 devant la Commission d'Examen

| | | |
|---|---|---|
| MM. | J. HOROWITZ | Président |
| | J. BUSSAC | Examinateurs |
| | B. LAPONCHE | |

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Ce travail a été réalisé à CADARACHE, au Département de Physique des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées, Service des Expériences Critiques et de Physique des Réacteurs.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur le Professeur HOROWITZ, Délégué à la Mission Recherche Fondamentale au Commissariat à l'Energie Atomique, Professeur associé à l'Université de PARIS, pour m'avoir permis d'effectuer cette thèse. Je remercie Monsieur BUSSAC, Chef du Département de Physique des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées pour la confiance qu'il a bien voulu m'accorder dans la conduite des expériences que j'ai réalisées, ainsi que Monsieur LAPONCHE, Chef du Groupe de Physique Neutronique au Service d'Etudes de Réacteurs et de Mathématiques Appliquées qui a guidé les travaux qui ont abouti à cette thèse.

Que Monsieur FAURE, Chef du Service Générateurs et Echangeurs de Chaleur Thermiques et Nucléaires à Electricité de France, Monsieur ISRAEL, Chef du Département Etudes Nucléaires et Monsieur VINCENT, Chef du Groupe de Neutronique et Protection, acceptent mes remerciements ; ils m'ont permis de faire dans d'excellentes conditions un travail passionnant.

Messieurs DIXMIER et KAVENOKY m'ont, tout au long de cette thèse, éclairé par leurs conseils et leurs remarques. Les nombreuses discussions que j'ai eues avec eux m'ont été d'un grand profit et je tiens tout particulièrement à les en remercier.

Je ne saurais oublier Monsieur GARNAUD et son équipe pour le soin et la rigueur de chaque instant qu'ils ont apportés aux mesures, ni Monsieur BRUNET Chef du Laboratoire de Physique des Neutrons Thermiques au Service des Expériences Critiques et de Physique des Réacteurs pour la grande liberté qu'il m'a laissée dans le choix et le déroulement des expériences et l'accueil que j'ai reçu au sein de son laboratoire.

Les discussions avec les physiciens de Gulf General Atomic n'ont pas été sans influence dans la recherche de la méthode présentée dans cette thèse.

Je remercie enfin tous ceux qui, directement ou indirectement, m'ont aidé dans les expériences et dans leur interprétation.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549228_0011

SOMMAIRE


| | Pages |
|---|---|
| INTRODUCTION | 8 |
| 1ère PARTIE : EQUATIONS DU BILAN NEUTRONIQUE | 16 |
| 1.1. - NOTATIONS | 17 |
| 1.2. - EQUATIONS DU BILAN NEUTRONIQUE | 18 |
| 1.2.1. - Forme I : Equation du transport pour un combustible animé d'un mouvement de translation | 18 |
| 1.2.2. - Forme II : Equation du transport pour un combustible animé d'un mouvement de translation avec introduction des concentrations des noyaux précurseurs | 24 |
| 1.2.3. - Forme III : Equation statique du transport | 29 |
| 1.2.4. - Forme IV : Equation du transport "APOLLO" | 30 |
| 1.2.5. - Forme V : Equation de la diffusion | 32 |
| 1.2.6. - Forme VI : Equation du bilan neutronique sous forme d'opérateurs | 33 |
| 2ème PARTIE : METHODE DE L'EMPOISONNEMENT PROGRESSIF | 34 |
| 2.1. - PRINCIPE | 35 |
| 2.2. - INTERPRETATION | 40 |
| 2.3. - EFFETS CORRECTIFS | 41 |
| 2.3.1. - Matérialisation de la cavité | 41 |
| 2.3.2. - Effet des hétérogénéités axiales | 44 |
| 2.3.3. - Effet des neutrons retardés | 45 |
| 2.3.4. - Effet de l'augmentation des fuites du réacteur due à la présence d'une cavité | 48 |

3ème PARTIE : REALISATION EXPERIMENTALE 50

3.1. - DESCRIPTION DE MARIUS III ET DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL 51

3.1.1. - Description générale 51

3.1.2. - Description du chargement de la pile 52

3.1.2.1. - Zone au pas 90 52

3.1.2.2. - Zone au pas 224 54

3.1.3. - Dispositif d'oscillation 56

3.1.3.1. - Principe 57

3.1.3.2. - Description du dispositif d'oscillation 58

3.1.3.3. - Description du dispositif de mesure 59

3.1.3.4. - Précision des mesures 61

3.2. - TECHNIQUES DE MESURES ET RESULTATS 62

3.2.1. - Contrôle des conditions expérimentales à partir de mesures par détecteurs et chambres à fission 62

3.2.1.1. - Etablissement du spectre 62

3.2.1.2. - Cartes de flux 65

3.2.2. - Empoisonnement progressif du combustible $UO_2S$ 68

3.2.3. - Mesure de l'effet de matérialisation de la cavité 70

3.2.3.1. - Effet du magnésium 70

3.2.3.2. - Effet de l'air 73

3.2.4. - Effet des hétérogénéités axiales 73

3.2.5. - Effet des neutrons retardés 76

3.2.6. - Effet de l'accroissement des fuites par création d'une cavité dans le réacteur 80

3.2.6.1. - Réalisation de l'expérience 80

3.2.6.2. - Echantillons de métal et cavité 82

3.2.6.3. - Résultats expérimentaux. 83

4ème PARTIE : INTERPRETATION 85

4.1. - CARACTERISTIQUES DU POISON EMPLOYE 87

4.1.1. - Analyse isotopique 87

4.1.2. - Mesure de la capture apparente du vanadium par oscillation dans ZOE 88

4.1.3. - Section d'absorption du vanadium utilisée dans l'interprétation 89

4.1.4. - Calcul de l'autoprotection du fil de vanadium 91

4.2. - INTERPRETATION DES CARTES DE FLUX 92

4.3. - INTERPRETATION EN FORMALISME $k^+$ 92

4.4. - INTERPRETATION EN COEFFICIENTS DE REACTIVITE 95

4.4.1. - Réactivité de la pile 95

4.4.2. - Détermination expérimentale du $\beta_{eff}$ de la pile 95

4.4.3. - Interprétation par la méthode de l'empoisonnement progressif 97

4.4.3.1. - Valeurs expérimentales de $\Delta\rho_o$ et $\Delta\rho_{m_o}$ 97

4.4.3.2. - Valeurs calculées de $\Delta\rho_o$ et $\Delta\rho_{m_o}$ 98

4.4.3.3. - Comparaison expérience-calcul sur le coefficient de réactivité de l'$UO_2S$ 99

4.5. - CONCLUSION 100

CONCLUSION GENERALE 101

REFERENCES 105

ANNEXE A : CODE CHRONOS 109

A.1. - EQUATIONS DE LA DIFFUSION EN REGIME DYNAMIQUE ET EN REGIME STATIQUE 109

A.1.1. - Régime dynamique 109

A.1.2. - Régime statique 111

A.2. - RECHERCHE D'UNE RELATION ENTRE $\omega$ ET LA REACTIVITE 111

ANNEXE B : CODE ALCYON 113

B.1. - CALCUL DE LA VALEUR PROPRE ET DES FLUX DANS UN REACTEUR 113

B.2. - CALCUL DES TAUX DE REACTION DE DETECTEURS 113

B.3. - CALCUL DES RAYONS ET HAUTEURS EXTRAPOLES 114

B.4. - TRACES DE COURBES 114

B.5. - CALCUL DU "$B^2$ LOCAL" 114

B.6. - CALCUL DES INTEGRALES DE FLUX ET D'IMPORTANCES 115

B.7. - CALCULS DE VARIATION DE REACTIVITE EN THEORIE DE LA PERTURBATION 115

B.7.1. - Equations directe et adjointe 115

B.7.2. - Calcul exact d'une perturbation 115

B.7.3. - Calcul d'une perturbation au 1er ordre 116

B.7.4. - Calcul d'une perturbation avec anisotropie de diffusion 116

B.7.5. - Calcul d'une perturbation avec prise en compte des réactions (n,2n), (n,3n) 117

B.7.6. - Calculs de $k^+$ 117

ANNEXE C : METHODE D'INTERPRETATION DES EXPERIENCES FAITES DANS H.T.L.T.R. 119

C.1. - LE REACTEUR H.T.L.T.R. 119

C.2. - METHODE D'INTERPRETATION 119

C.2.1. - Notations 119

C.2.2. - Interprétation 121

C.2.2.1. - Utilisation du réacteur nu homogène associé 122

C.2.2.2. - Méthode directe à deux groupes 125

C.2.2.3. - Formalisme multigroupe 125

ANNEXE D : METHODE D'INTERPRETATION DE L'EXPERIENCE P.C.T.R. SUR UN RESEAU R.H.T. DANS MARIUS 126

D.1. - L'EXPRESSION $\tilde{k}^+ = 1$ 126

D.1.1. - Cas du choc linéairement anisotrope 127

D.1.2. - Cas de la correction de transport 128

D.2. - CALCUL PRATIQUE DE $\tilde{k}^+$ A PARTIR D'UN CODE DE CELLULE 129

D.3. - CORRECTION DE SPECTRE 130

ANNEXE E : DETERMINATION EXPERIMENTALE DU TEMPS DE VIE DES NEUTRONS PROMPTS 132

E.1. - PRINCIPE 132

E.2. - EXPERIENCE 133

E.3. - INTERPRETATION 134

E.4. - CONCLUSION 136

ANNEXE F : DEMONSTRATION DE L'ABSENCE DE PRISE EN COMPTE DU TERME "VARIATION DE FUITES" DANS L'INTERPRETATION DES EXPERIENCES H.T.L.T.R. 137

ANNEXE G : CALCUL DE L'EFFET DES HETEROGENEITES AXIALES PAR ALCYON 149

ANNEXE H : INTERPRETATION D'UNE EXPERIENCE SUR L'EFFET DES NEUTRONS RETARDES DANS LE CAS DE L'OSCILLATION D'UN DEMI-TRAIN 153

H.1. - VARIATION DE REACTIVITE CREEE PAR UNE TRANSLATION EN ECHELON DU DEMI-TRAIN MOBILE 153

H.2. - FACTEUR DE DISSYMETRIE 154

H.3. - FACTEURS D'ATTENUATION 155

H.4. - VERIFICATION EXPERIMENTALE 156

ANNEXE I - VERIFICATION DES VALEURS DE $\beta_i$ ET $\lambda_i$ 159

I.1. - EXPERIENCE 159

I.2. CALCUL 161

# INTRODUCTION

La neutronique n'est certainement plus maintenant le souci majeur du constructeur de chaudières nucléaires ou de l'exploitant. Elle a cédé le pas à des problèmes purement technologiques (tenue du combustible sous irradiation, corrosion ...).

Il n'en demeure pas moins que cette science ne doit, en aucun cas, être délaissée sous prétexte que "les problèmes ne viennent plus de la neutronique". Il est possible et nécessaire, moyennant un effort limité, de tirer parti des travaux réalisés dans le monde depuis trente ans et d'améliorer de ce fait la connaissance et la conception des réacteurs nucléaires.

La compilation de ces informations n'est pas suffisante. Il est indispensable de contrôler et d'adapter les moyens de calculs, maintenant très puissants, sur des expériences réalisées dans des empilements critiques ; d'autre part, une réelle compréhension de la physique des réacteurs passe, à notre avis, par une étape expérimentale indispensable.

Les expériences critiques se présentent sous un jour nouveau, tout au moins en France. L'"importance du p.c.m." n'est plus la même depuis le jour où l'on s'est autorisé à enrichir le combustible. On n'ajuste plus un formulaire très spécifique à un type de réacteur donné mais on vérifie qu'un outil de calcul très élaboré permet bien de prendre en compte les particularités des différentes filières et le cas échéant, on adapte son formalisme ou sa bande de sections efficaces utilisée en données.

•
• •

La population neutronique dans un réacteur est régie par une équation bien connue qui est l'équation de Boltzmann. Cette équation appelle deux types de données. D'une part, les grandeurs spécifiques au réacteur que l'on désire étudier (dimensions, masses, températures, composition des constituants) et d'autre part, un ensemble de sections efficaces des divers isotopes contenus dans le réacteur.

Si le premier type de données ne pose, en principe, aucun problème et s'il est facile d'évaluer l'incertitude sur ces grandeurs, il n'en n'est plus de même pour les sections efficaces. En effet, d'une part les mesures faites par différents laboratoires ne coïncident pas toujours et il ne peut être question

de choisir une barre d'erreur les recouvrant toutes, d'autre part, on ne dispose pas de mesures continues sur tout le spectre et pour tous les isotopes.

Un choix est donc à faire par exemple entre les valeurs distinctes obtenues par deux laboratoires. L'"ajustement"* d'un code même parfait (et ce serait le cas d'un code permettant de résoudre l'équation de Boltzmann sur un réacteur complet) est donc indispensable. Une mesure intégrale sur une expérience critique va conduire à un certain choix d'un ensemble $\{\Omega\}$ de sections efficaces munies de leurs incertitudes. Ce choix n'est certainement pas unique mais ce qui est important c'est que si l'on dispose de N mesures conduisant à N choix de $\{\Omega\}$ il est possible de trouver une intersection commune $\{\omega\}$ non nulle.

$$\{\omega\} = \{\Omega_1\} \cap \{\Omega_2\} \cap \ldots \cap \{\Omega_i\} \ldots \cap \{\Omega_N\} \neq \emptyset$$

Chaque $\{\Omega_i\}$ étant un choix dans toutes les plages possibles correspondant à la mesure i.

Que se passe-t-il maintenant si le modèle de calcul n'est pas parfait ?

Ce dont on est sûr, c'est que rien ne permet d'affirmer qu'il existe un ensemble $\{\omega'\}$ de sections efficaces permettant de rendre compte des N expériences. Le problème se complique donc même dans le cas où l'on dispose d'un moyen de calcul unique permettant de traiter tous les problèmes relatifs au réacteur (réactivité, structure fine du flux dans un combustible, structure macroscopique du flux au voisinage d'une frontière coeur-réflecteur...).

De plus, il est, en général, techniquement impossible d'utiliser un moyen de calcul unique pour traiter l'ensemble des problèmes . Par exemple, il n'est pas possible de calculer par le même code une cellule et un réacteur de puissance complet. Dans le traitement de ce dernier problème, on fait appel à des calculs en théorie de la diffusion et à un petit nombre de groupes d'énergie pour l'étude de l'évolution de la réactivité ; on fait appel à des calculs de supercellule ou en multicellule pour une étude précise d'un comportement local ; on fait appel à une théorie hétérogène pour l'étude du flux au voisinage d'une frontière coeur-réflecteur, etc...

---

* Le mot "ajustement" est ici synonyme de "choix des sections efficaces" car on entend généralement par "code", le code lui-même et l'ensemble des sections efficaces qui se trouvent en données permanentes.

Il est indispensable d'adopter une règle du jeu relative à chaque type de problème, celle-ci résultant d'une analyse physique des phénomènes. Cette même règle du jeu doit être utilisée par le constructeur ou par l'exploitant. Ceci veut dire que le physicien doit élaborer un modèle qui doit être compatible avec les moyens pratiques de calculs.

Si l'on dispose de N expériences interprétées selon les règles du jeu spécifiques à chaque problème, elles ne conduisent pas, a priori, à un ensemble $\{\omega\}$ non nul. Ce que l'on peut dire c'est que l'on doit trouver un $\{\omega_o\}$ au "centre de gravité" de tous les $\{\Omega_i\}$ et n'ayant pas forcément de points communs avec tous. La répartition des $\{\Omega_i\}$ autour de $\{\omega_o\}$ sera d'autant plus dense que le choix des règles du jeu aura été plus judicieux.

•

• •

Le but de cette thèse n'est pas la recherche de $\{\omega_o\}$ [ 01 ] mais celle d'une expérience permettant de compléter les informations existantes.

L'expérience de l'empoisonnement progressif que nous proposons se situe comme une méthode particulière dans l'ensemble des expériences de physique neutronique destinées à l'étude des milieux multiplicateurs.

De façon assez schématique, ces expériences peuvent être classées en quatre grandes familles, tout au moins en ce qui concerne les mesures intégrales qui nous intéressent ici :

- Les mesures de laplacien par carte de flux (on peut y adjoindre la détermination de la masse critique d'un réacteur à un seul milieu multiplicateur). Ces mesures nécessitent une quantité importante de matière.

- Les mesures par substitution progressive, qui fournissent le laplacien du milieu substitué par rapport à celui du milieu de référence. Il faut, pour les réaliser, posséder un milieu de référence bien connu et d'autre part une quantité de matière assez importante, quoique moindre que dans le cas des mesures par laplacien.

- Les mesures par oscillations d'échantillons fissiles : cette méthode ne nécessite qu'une faible quantité de matière mais exige la connaissance d'échantillons étalons. Elle permet difficilement d'obtenir une mesure

du bilan global et est mal adaptée aux études de réseaux.

- Les mesures par comparaison au vide, issues de la méthode PCTR.

C'est dans cette dernière famille que se situe la méthode de l'empoisonnement progressif. Elle se présente comme une méthode complémentaire des méthodes précédentes dans la grande généralité des cas (méthodes ayant permis la recherche de $\{\omega_o\}$ ) et répond du mieux possible aux critères caractérisant l'expérience "complémentaire" idéale, et quelquefois la seule possible . C'est une expérience:

- nécessitant peu de matière donc permettant l'étude d'un nombre important de combustibles pour un coût raisonnable ;

- simple et rapide de mise en oeuvre ;

- précise (elle doit apporter une information nouvelle) ;

- dont le résultat brut est le plus proche possible de celui qui servira à la qualification (rapidité d'interprétation et influence minimum du calcul d'effets correctifs) ;

- permettant l'étude directe du combustible des réacteurs de puissance.

La méthode de l'empoisonnement progressif vient naturellement à l'esprit lorsque l'on essaie d'améliorer les deux techniques mises au point successivement par Heineman :

- La méthode du P.C.T.R. (Physical Constants Testing Reactor) qui est une méthode à "$k_\infty = 1$" qui consiste à empoisonner un combustible afin d'obtenir une variation de réactivité nulle lors de son introduction dans une cavité ménagée dans un réacteur. Un tel équilibre se traduit par l'équation $k_\infty = 1$ ou de manière plus rigoureuse $k^+ = 1 \left[ O2 \right]$.

  Cette méthode est mal adaptée aux combustibles qui ont un $k_\infty$ très différent de 1 car elle nécessite l'introduction d'une masse considérable de poison qui risque de perturber le spectre. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'une autre méthode a été développée.

- La méthode du "non-empoisonnement" employée sur le H.T.L.T.R. [ 03 ] (High Temperature Lattice Test Reactor) consiste d'une part à évaluer le rapport des coefficients de réactivité d'un combustible et d'un poison introduit dans une cavité et d'autre part, à mesurer l'absorption des principaux constituants du combustible. On tire de ces résultats le $k_\infty^\dagger$ du combustible (voir Annexe C).

Dans la première méthode, on élimine les problèmes liés à la mesure d'une réactivité et au calcul de l'intégrale de normalisation en travaillant à réactivité nulle ; dans la seconde, on les élimine en travaillant avec un rapport de réactivités. C'est cette seconde technique que nous employons dans la méthode de l'empoisonnement progressif.

•
• •

Dans cette méthode, on cherche à mesurer la limite du rapport du coefficient de réactivité d'un combustible empoisonné à la masse du poison, lorsque cette masse tend vers zéro. Il y a à ceci deux avantages :

- D'une part, on cherche la pente d'une droite (dans la zone de linéarité des phénomènes) ce qui permet une bien meilleure précision que de travailler sur un point.

- D'autre part, les calculs peuvent se faire dans des conditions idéales puisque la masse de poison est aussi petite que l'on veut.

Tout ceci va nous permettre de comparer directement l'expérience et le calcul sur la variation de réactivité produite par l'introduction d'un combustible non empoisonné dans la cavité. L'interprétation se faisant avec la "règle du jeu" de l'application de la théorie exacte des perturbations en diffusion multigroupe (4 groupes d'énergie). La théorie exacte des perturbations n'est utilisée ici que pour des raisons de précision (les variations de réactivité considérées sont de l'ordre d'une dizaine de p.c.m.).

Sur le plan des mesures, il fallait chercher une technique adaptée à une pile telle que MARIUS qui se trouve à l'air libre. Le seul moyen d'éliminer les problèmes de dérive de pression et de température était d'utiliser la technique d'oscillation.

Les méthodes de perturbations telles que P.C.T.R. ou H.T.L.T.R. sont très simples dans leur principe mais elles conduisent à déterminer par le

calcul un certain nombre d'effets correctifs qui peuvent être importants (ces effets représentaient plus de 3000 p.c.m. sur le $k_\infty$ du combustible RHT à 1% d'enrichissement étudié sur MARIUS [02] ). Nous avons recherché ici à minimiser ces effets et nous avons mis au point des moyens pour les déterminer expérimentalement :

- mesure de l'effet d'air,
- mesure de l'effet d'écarteur,
- mesure de l'effet des hétérogénéités axiales,
- mesure d'un coefficient de diffusion effectif de la cavité,
- mesure de l'effet des neutrons retardés.

Ce système nous permet de comparer un résultat purement expérimental à un résultat calculé. Nous ne faisons, d'autre part, aucune hypothèse sur les caractéristiques du combustible.

---

Le travail présenté dans cette thèse est la mise au point d'une nouvelle méthode de mesure des propriétés neutroniques d'un milieu multiplicateur que nous avons appelée "méthode de l'empoisonnement progressif".

Dans la première partie de la thèse sont développées toutes les formes du bilan neutronique nécessaires à la compréhension et à l'interprétation de tous les phénomènes liés à la méthode de l'empoisonnement progressif.

Dans la seconde partie, on trouve expliqué en détail le principe de la technique que nous proposons ainsi que les méthodes de mesures de tous les effets annexes.

Dans la troisième partie sont rassemblés les résultats expérimentaux obtenus par l'application dans l'assemblage critique MARIUS de la méthode de l'empoisonnement progressif à un réseau constitué de crayons d'oxyde d'uranium enrichis à 3,5% et modéré au graphite.

La quatrième partie de la thèse est consacrée à l'interprétation de cette expérience.

Dans les annexes enfin on trouve les moyens de calcul qui ont été mis au point pour l'interprétation : code de calcul de l'équation inhour en théorie multigroupe et pour une pile multizone, code de calcul en théorie de la perturbation (exacte et au premier ordre). On y trouve aussi un certain nombre de mesures connexes : temps de vie des neutrons prompts, mesure des constantes à 6 groupes des neutrons retardés, etc.).

# 1ère PARTIE

## EQUATIONS DU BILAN NEUTRONIQUE

## I.1. - NOTATIONS

La lecture d'ouvrages spécialisés dans le vocabulaire des techniques nucléaires [04] , [05] , [06] conduit à deux remarques :

- Il est impossible de trouver un langage conciliant les recommandations des divers organismes "normalisateurs",

- Même lorsque l'accord existe, il serait à notre avis, peu judicieux de remplacer, par exemple, le mot certes mal choisi mais bien connu de "flux neutronique" par celui recommandé de "débit de fluence".

En conséquence, nous désignerons par :

- $N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$ la densité neutronique angulaire,
  C'est le nombre de neutrons par unité de volume, d'angle solide et d'énergie se trouvant en $\vec{r}$ avec une direction $\vec{\Omega}$ et une énergie E au temps t.

- $f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$ le flux angulaire.
  C'est le produit de la densité neutronique angulaire par le module v de la vitesse.

$$f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) = v\, N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

- $\Phi(\vec{r},E,t)$ le flux neutronique.
  C'est l'intégrale, sur toutes les directions du flux angulaire :

$$\Phi(\vec{r},E,t) = \int_{4\pi} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\, d\vec{\Omega}$$

- $\vec{J}(\vec{r},E,t)$ le courant neutronique.
  C'est l'intégrale, sur toutes les directions du produit de la densité neutronique angulaire par le vecteur vitesse :

$$\vec{J}(\vec{r},E,t) = \int_{4\pi} \vec{v}\, N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\, d\vec{\Omega} = v \int_{4\pi} \vec{\Omega}\, N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\, d\vec{\Omega}$$

## 1.2. - EQUATIONS DU BILAN NEUTRONIQUE

Le cas le plus général que nous avons à traiter au cours de cette thèse concerne l'étude en dynamique d'un réacteur dont une partie est animée d'un mouvement de translation non-uniforme. Nous nous proposons d'écrire l'équation du bilan neutronique pour la partie mobile.

### 1.2.1. - Forme I : Equation du transport pour un combustible animé d'un mouvement de translation

Sans restreindre la généralité, nous pouvons choisir un référentiel Oxyz tel que l'un de ses axes (Oz par exemple) soit colinéaire à la vitesse $\vec{U}(t)$ du combustible. Nous supposerons de plus que $|\vec{U}| << v$ (v : vitesse des neutrons).

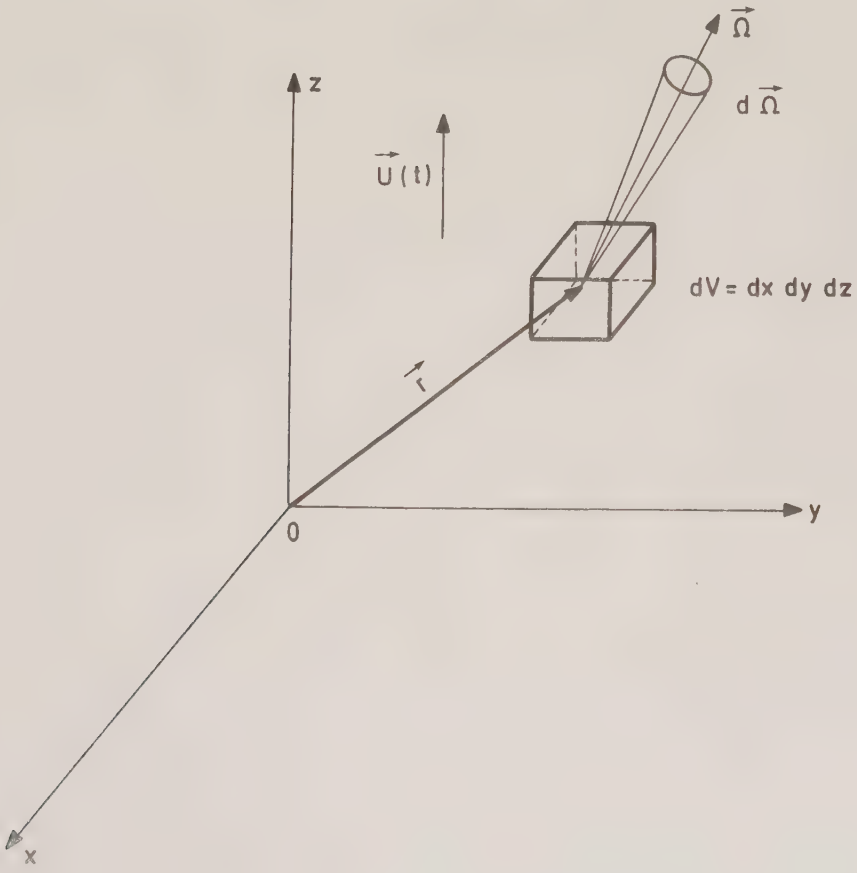



Figure 1.1

Considérons le "paquet de neutrons" $N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)dV\, d\vec{\Omega}\, dE$ qui se trouvent à l'instant t en $\vec{\Omega}$ dans le volume dV, qui ont la direction $\vec{\Omega}$ à $d\vec{\Omega}$ près et l'énergie E à dE près. Suivons ce paquet de neutrons pendant un temps dt tel que $vdt << \sqrt[3]{dV}$.

Si l'on désigne par $\Sigma_t(\vec{r},E,t)$ la section efficace totale d'interaction, la quantité :

$$\Sigma_t(\vec{r},E,t)vdt\ N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\ dV\ d\vec{\Omega}\ dE$$

représente le nombre de neutrons qui subissent une interaction, donc qui quittent le paquet. Le nombre de neutrons restant dans le paquet, lequel se trouvera à l'instant t + dt en $\vec{r} + \left[\vec{\Omega}\, v + \vec{U}\right] dt$ est :

$$N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\ \left[1 - \Sigma_t(\vec{r},E,t)vdt\right]\ dV\ d\vec{\Omega}\ dE \qquad [1.1]$$

Comme $|\vec{U}| << |\vec{v}|$ , on peut écrire :

$$\vec{r} + \left[\vec{\Omega}\, v + \vec{U}\right] dt \simeq \vec{r} + \vec{\Omega} v\, dt$$

Nous avons compté les neutrons quittant le paquet, comptons maintenant ceux qui y entrent.

- Il y a tout d'abord les sources autonomes.

Si l'on désigne par $Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$ le nombre de neutrons apparaissant par unité de temps en $\vec{r}$ à l'énergie E par unité de volume, d'angle solide et d'énergie,

$$Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\ dV\ d\vec{\Omega}\ dE\ dt \qquad [1.2]$$

représente le nombre de neutrons entrant dans le paquet à partir des sources autonomes.

- Si $\Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t)$ est la section efficace différentielle de passage de la direction $\vec{\Omega}'$ à la direction $\vec{\Omega}$ et de l'énergie E' à l'énergie E (fissions exclues), le nombre de neutrons entrant dans le paquet

après collision est :

$$\left[\int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t)v' N(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t)dE'\right] dV\, d\vec{\Omega}\, dE\, dt \quad [1.3]$$

On suppose ici que le passage de $(\vec{\Omega}',E')$ à $(\vec{\Omega},E)$ se fait en un temps nul.

Si l'on voulait tenir compte de phénomènes tels que les réactions (n,kn), il conviendrait ici de multiplier $\Sigma_S$ par une fonction $\kappa$ normalisée à k.

- Il y a enfin les neutrons entrant dans le paquet à partir de fissions. Or on doit remarquer que si la majorité des neutrons sont émis presque instantanément après la fission (environ $10^{-10}$ seconde ), les autres, qui proviennent de la décroissance radioactive de noyaux "précurseurs" sont émis avec des retards théoriquement compris entre zéro et l'infini.

Une fission au point $\vec{r}$ créée par un neutron d'énergie E' produit :

$$\tilde{\kappa}(\vec{r},\vec{\Omega},E,E',\tau)$$

neutrons dans la direction $\vec{\Omega}$, avec l'énergie E et un retard $\tau$ (pour les neutrons prompts, on a bien entendu $\tau \sim 0$) et ceci par unité d'angle solide, d'énergie et de temps.

L'émission des neutrons étant en fait isotrope, nous désignerons dans toute la suite par $\kappa(\vec{r},E,E',\tau)$ une quantité telle que :

$$\tilde{\kappa}(\vec{r},\vec{\Omega},E,E',\tau)\, d\vec{\Omega}\, dE\, d\tau = \frac{1}{4\pi}\, \kappa(\vec{r},E,E',\tau)\, d\vec{\Omega}\, dE\, d\tau$$

En un point $\vec{r}_o$ et pour une énergie $E'_o$ du neutron incident, $\kappa(\vec{r}_o,E,E'_o,\tau)$ sera représenté par une surface telle que celle de la figure 1.2. (voir page suivante).

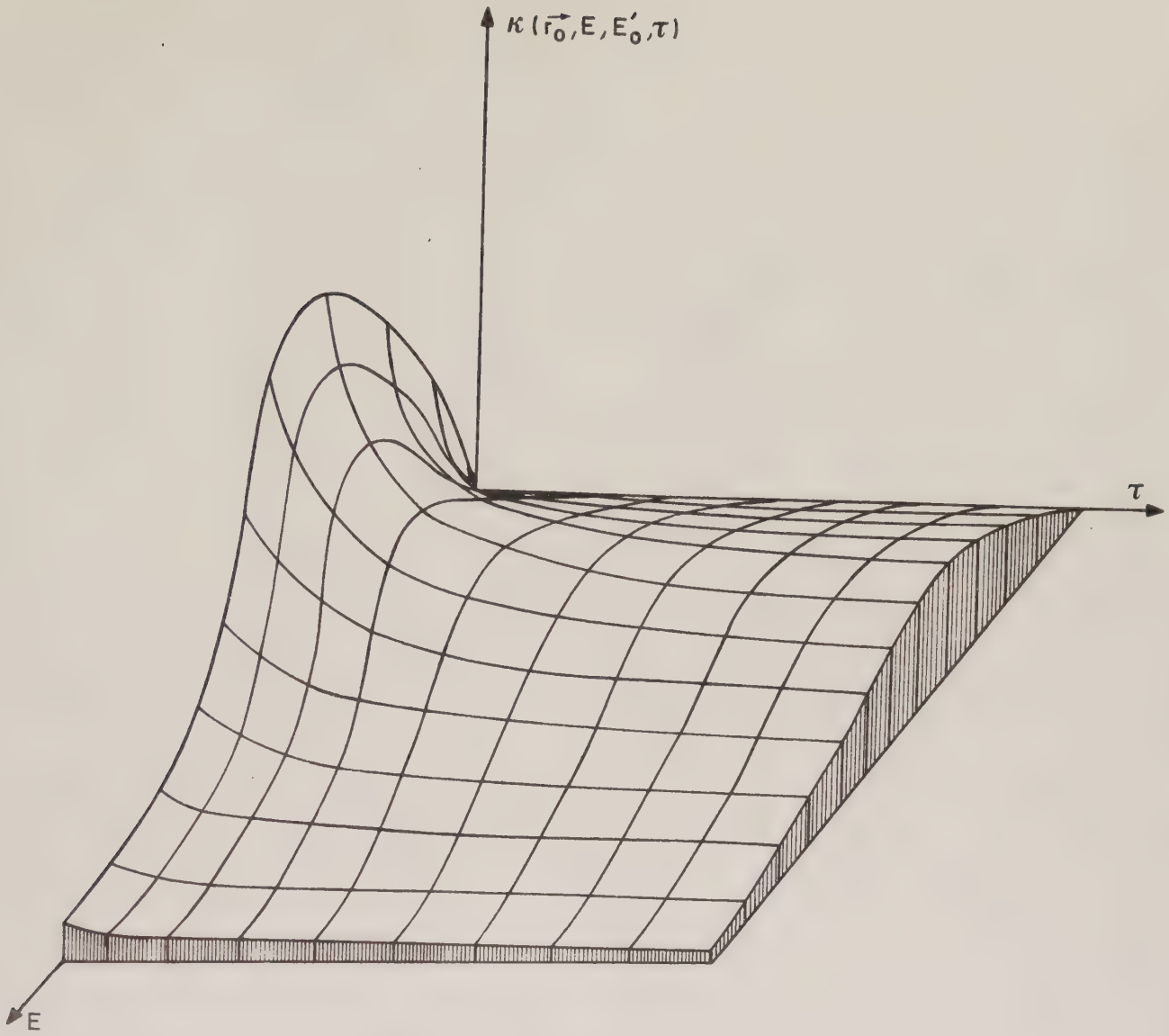



Figure 1.2

En désignant par $\nu(\vec{r},E')$ le nombre de neutrons produits par une fission au point $\vec{r}$ par un neutron d'énergie E', on a :

$$\int_0^\infty dE \int_0^\infty \kappa(\vec{r},E,E',\tau)d\tau = \nu(\vec{r},E') \qquad [1.4]$$

A cause du mouvement, un neutron émis en $\vec{r}$ à l'instant t avec un retard $\tau$ provient d'une fission en $\vec{r}'$ à l'instant $t - \tau$ avec :

$$\vec{r} - \vec{r}' = \int_{t-\tau}^{t} \vec{U}(t')\, dt'$$

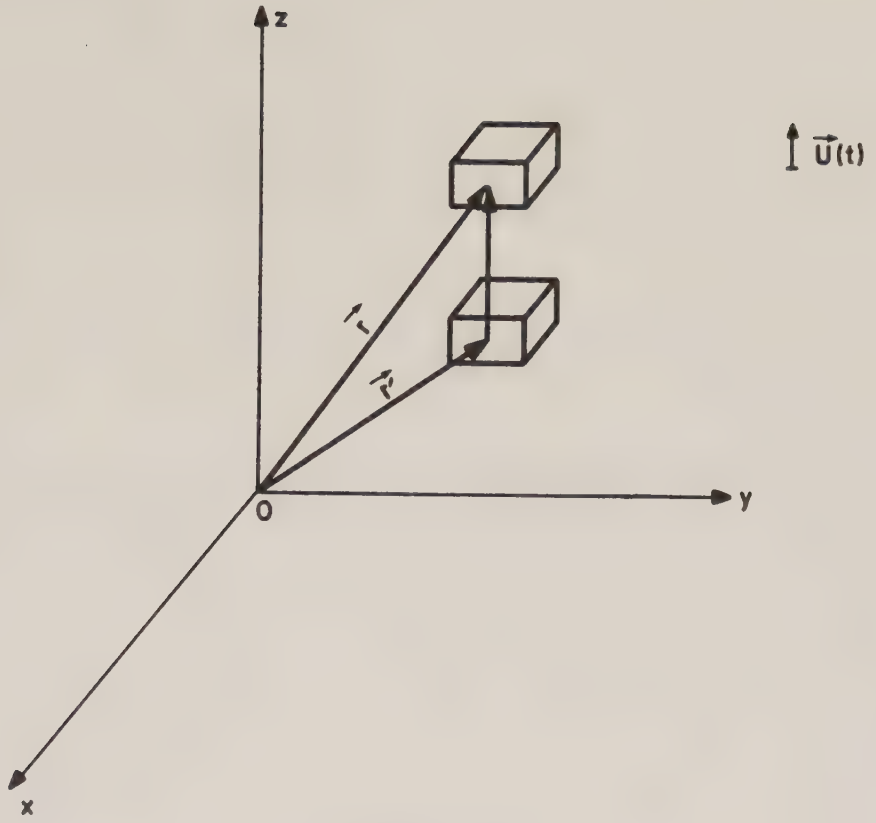



Figure 1.3

En appelant $\vec{\alpha}_z$ le vecteur unitaire porté par Oz, on peut écrire :

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt' \qquad [1.5]$$

Si l'on désigne par $\Sigma_f(\vec{r},E',t')$ la section efficace de fission pour un neutron d'énergie E' au point $\vec{r}$ et à l'instant t', le nombre de neutrons entrant dans le paquet par fission est :

$$\left[\int_0^{\infty} d\tau \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt', E', t-\tau) \times \right.$$

$$\left. v' N(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')\, dt', \vec{\Omega}', E', t-\tau)\, \kappa(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')\, dt', E,E',\tau)\, dE'\right]$$

$$dV\, d\vec{\Omega}\, dE\, dt \qquad [1.6]$$

En faisant le bilan des neutrons à partir des expressions 1.1, 1.2, 1.3, 1.6, on obtient :

$$N(\vec{r}+\vec{\Omega}v\,dt,\vec{\Omega},E,t+dt) = N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\left[1 - \Sigma_t(\vec{r},E,t)\,v dt\right]$$

$$+\left[\int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t)\, v'\, N(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t)\, dE'\right] dt$$

$$+\left[\int_0^{\infty} d\tau \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')\,dt',\, E',t-\tau)v'\right.$$

$$\left. N(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',\vec{\Omega}',E',t-\tau)\,\kappa(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E,E',\tau)\,dE'\right] dt$$

$$+ Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dt \qquad [1.7]$$

D'autre part, on a :

$$N(\vec{r} + \vec{\Omega}v\,dt,\ \vec{\Omega},\ E,\ t+dt) - N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

$$= v\,dt\ \vec{\Omega}.\vec{\nabla}\ N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \frac{\partial}{\partial t} N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dt \qquad [1.8]$$

Si maintenant, on introduit le flux angulaire :

$$f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) = v\,N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) \qquad [1.9]$$

on obtient :

$$\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \vec{\Omega}\ .\ \vec{\nabla}\ f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \Sigma_t(\vec{r},E,t)\ f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t)\ f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t)\ dE'$$

$$+ \int_0^{\infty} d\tau \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E',t-\tau)\ f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',\vec{\Omega}',$$

$$E',t-\tau)\ \kappa(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',\ E,\ E',\tau)dE' + Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) \qquad [1.10]$$

C'est en partant de la relation fondamentale [1.10] qui est la forme la plus générale que nous ayons à traiter que nous allons trouver les équations du bilan neutronique adaptées à chaque cas.

1.2.2. - Forme II : Equation du transport pour un combustible animé d'un mouvement de translation avec introduction des concentrations des noyaux précurseurs

Essayons tout d'abord de discrétiser la fonction $\kappa(\vec{r},E,E',\tau)$ dans le temps. Cette fonction, pour $\vec{r}_o$, $E_o$, $E'_o$ fixés, a l'allure représentée sur la figure 1.4.

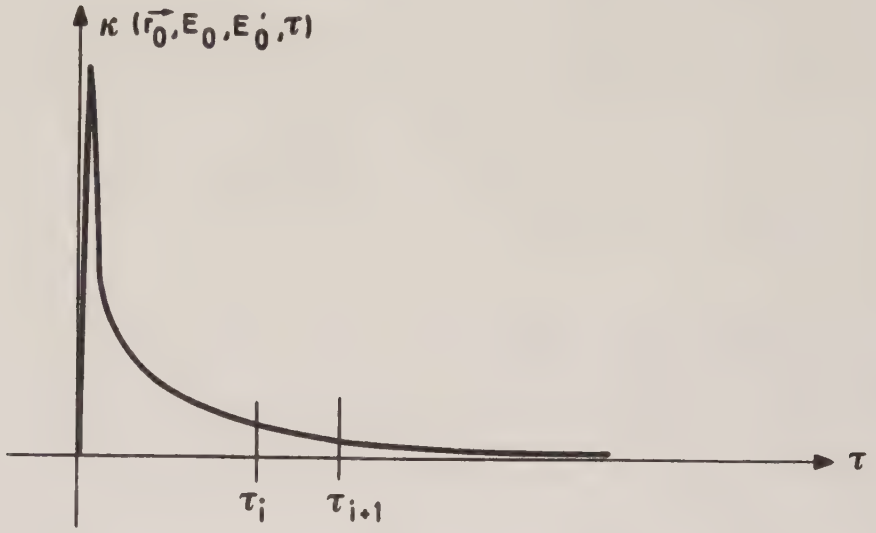



**Figure 1.4**

Une première méthode qui vient à l'esprit consiste à décomposer l'axe $\tau$ en intervalles :

$$\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i$$

et à définir les quantités :

$$\kappa_i(\vec{r}_o,E_o,E'_o) = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \kappa(\vec{r}_o,E_o,E'_o,\tau)\, d\tau$$

Cette solution est peu satisfaisante car d'une part si les $\Delta\tau_i$ sont finis, on doit introduire une suite infinie de $\kappa_i$ et surtout on ne tient pas compte dans cette méthode des phénomènes physiques.

Les neutrons "prompts" étant émis quasi-instantanément, on obtient, en faisant l'hypothèse que l'on peut factoriser $\kappa$ :

$$\kappa_{\tau=0}(\vec{r},E,E',\tau) = \chi_p'(E)\ \delta(\tau)\ \nu(\vec{r},E') \qquad [1.11]$$

où $\delta(\tau)$ est la fonction de Dirac.

Quant aux neutrons "retardés", on sait qu'ils proviennent de la décroissance radioactive de noyaux précurseurs. L'émission de neutrons issus d'un noyau de type i, de constante de décroissance radioactive $\lambda_i$ sera proportionnelle à :

$$\lambda_i\ e^{-\lambda_i \tau} \qquad [1.12]$$

La quantité de précurseurs est finie. On peut donc choisir une suite finie de quantités telles que [1.12]. Généralement, on regroupe des noyaux ayant des constantes $\lambda_i$ voisines afin d'obtenir un nombre N petit de "groupes" de neutrons retardés.

La décomposition du spectre se fait alors de la manière indiquée sur la figure 1.5.

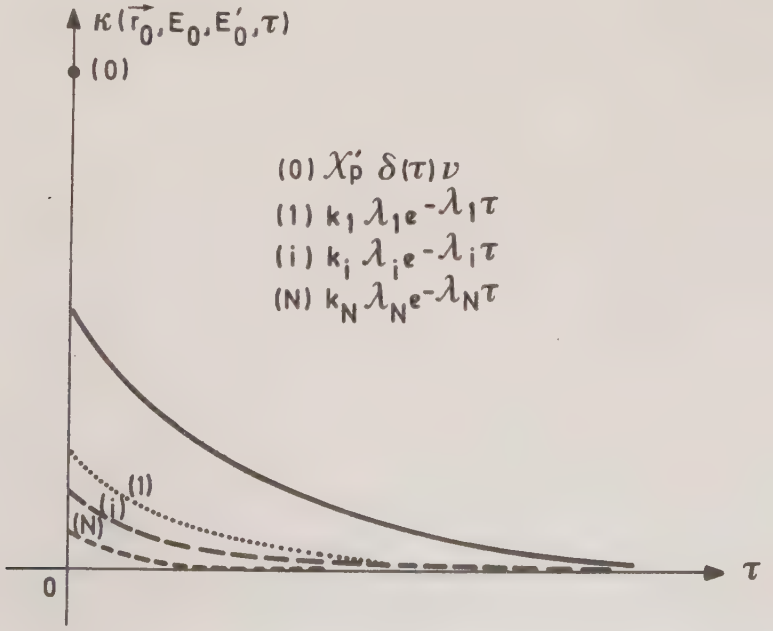



Figure 1.5

En faisant l'hypothèse que l'on peut factoriser $\kappa$ pour $\tau \neq 0$, on obtient :

$$\underset{\tau \neq 0}{\kappa}(\vec{r},E,E',\tau) = \sum_{i=1}^{i=N} \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ a_i(\vec{r},E')\ e^{-\lambda_i \tau} \qquad [1.13]$$

avec $a_i(\vec{r},E')$ tels que les $\chi_{r,i}$ soient normalisés, c'est-à-dire :

$$\int_0^\infty \chi_{r,i}(E)\ dE = 1 \qquad \forall i \in [1\ ;\ N]$$

On peut donc écrire finalement :

$$\kappa(\vec{r},E,E',\tau) = \nu(\vec{r},E')\ \chi_p'(E)\ \delta(\tau) + \sum_{i=1}^{i=N} a_i(\vec{r},E')\ \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ e^{-\lambda_i \tau} \qquad [1.14]$$

ou encore en définissant :

$$\beta_i(\vec{r},E') = \frac{a_i(\vec{r},E')}{\nu(\vec{r},E')}$$

$$\kappa(\vec{r},E,E',\tau) = \nu(\vec{r},E') \left[ \chi_p'(E)\ \delta(\tau) + \sum_{i=1}^{i=N} \beta_i(\vec{r},E')\ \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ e^{-\lambda_i \tau} \right] \qquad [1.15]$$

Intégrons les deux membres de [1.15] de 0 à l'infini pour l'énergie et le retard; il vient :

$$1 = \int_0^\infty \chi_p'(E)\ dE + \sum_{i=1}^{i=N} \beta_i(\vec{r},E') \qquad [1.16]$$

en définissant :

$$\beta(\vec{r},E') = \sum_{i=1}^{i=N} \beta_i(\vec{r},E')$$

l'expression [1.16] s'écrit :

$$\int_0^\infty \chi_p'(E)\ dE = 1 - \beta(\vec{r},E')$$

Pour avoir un spectre $\chi_p(E)$ normalisé à 1, il faudra donc le multiplier par $1 - \beta(\vec{r},E')$.

On aura alors :

$$\kappa(\vec{r},E,E',\tau) = \nu(\vec{r},E') \left\{ \chi_p(E) \left[ 1 - \beta(\vec{r},E') \right] \delta(\tau) \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{i=N} \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ \beta_i(\vec{r},E')\ e^{-\lambda_i \tau} \right\} \qquad [1.17]$$

D'où, en remplaçant $\kappa$ par sa valeur tirée de [1.17] dans [1.10], l'équation :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \Sigma_t(\vec{r},E,t)\ f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t)\ f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t)\ dE'$$

$$+ \int_0^{\infty} d\tau \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \nu\ \Sigma_f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E',t-\tau)\ f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',$$

$$\vec{\Omega}',E',t-\tau) \left\{ \chi_p(E) \left[ 1 - \beta(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E') \right] \delta(\tau) \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{i=N} \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ \beta_i(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E')\ e^{-\lambda_i \tau} \right\} dE'$$

$$+ Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) \qquad [1.18]$$

Dans l'expression [1.18], le terme :

$$\int_0^{\infty} d\tau \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \nu\ \Sigma_f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E',t-\tau)\ f(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',\vec{\Omega}',$$

$$E',t-\tau) \sum_{i=1}^{i=N} \chi_{r,i}(E)\ \lambda_i\ \beta_i(\vec{r}-\vec{\alpha}_z \int_{t-\tau}^{t} U(t')dt',E')\ e^{-\lambda_i \tau} \qquad [1.19]$$

traduit l'apport de neutrons issus des noyaux précurseurs. Il est donc possible de le remplacer par un terme traduisant l'évolution de ces noyaux.

Pour ce faire, suivons un paquet de précurseurs entre les instants t et t+dt (voir figure 1.6).

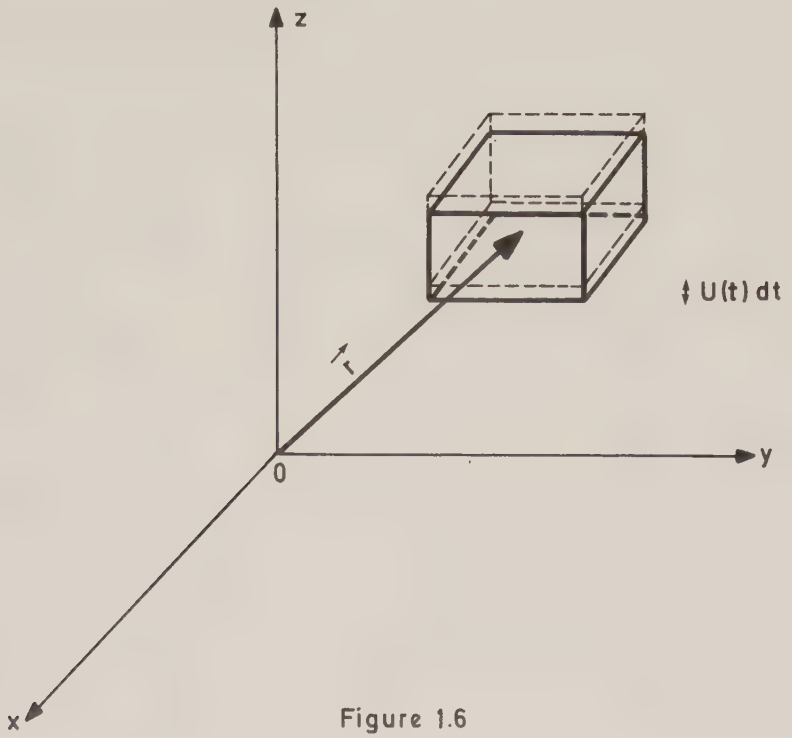



Figure 1.6

Soit donc un paquet de précurseurs à l'instant t et à la position $\vec{r}$ dont la concentration est notée $C_i(\vec{r},t)$ ; l'indice i étant celui du groupe considéré. Ce paquet va se retrouver à l'instant t+dt en $\vec{r}+\vec{\alpha}_z\ U(t)\ dt$. Il sera donc représenté par :

$$C_i(\vec{r}+\vec{\alpha}_z\ U(t)\ dt,\ t+dt)$$

Comptons les précurseurs qui entrent dans le paquet et ceux qui en sortent.

- Ceux qui le quittent le font par décroissance radioactive ; leur nombre est :

$$\lambda_i\ C_i(\vec{r},t)\ dt$$

- Ceux qui y entrent proviennent des fissions, leur nombre est :

$$\int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \beta_i(\vec{r},E')\ \nu\ \Sigma_f(\vec{r},E',t)\ f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t)\ dE'$$

De ce bilan, on peut tirer l'expression de l'évolution des précurseurs. On a :

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\vec{r},t) + V(t) \frac{\partial}{\partial z} C_i(\vec{r},t) + \lambda_i C_i(\vec{r},t)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \beta_i(\vec{r},E') \nu \Sigma_f(\vec{r},E',t) f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t) dE' \qquad [1.20]$$

L'équation [1.18] devient alors :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \vec{\Omega}.\vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) + \Sigma_t(\vec{r},E,t) f(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E,t) f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t) dE'$$

$$+ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \nu \Sigma_f(\vec{r},E',t) f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t) \chi_p(E) \left[1 - \beta(\vec{r},E')\right] dE'$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i C_i(\vec{r},t) + Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) \qquad [1.21]$$

L'équation [1.21] et le système [1.20] sont équivalents à l'équation [1.18]. Ils permettent une étude commode des phénomènes en dynamique tels par exemple que l'évolution de la réactivité lors de l'oscillation d'une partie du combustible d'un réacteur.

Si l'on fait U = constante dans [1.20], on retrouve la forme employée dans les réacteurs à combustibles non stationnaires [ 07].

1.2.3. - Forme III : Equation statique du transport

Nous allons ici supposer :

- qu'il n'y a pas d'évolution,
- qu'il n'y a pas de sources indépendantes,
- que le combustible est fixe,
- que le régime permanent est établi.

L'équation [1.18] devient alors :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{\Omega},E) + \Sigma_t(\vec{r},E)\, f(\vec{r},\vec{\Omega},E)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E)\, f(\vec{r},\vec{\Omega}',E')\, dE'$$

$$+ \frac{1}{k}\chi(E) \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \nu\, \Sigma_f(\vec{r},E')\, f(\vec{r},\vec{\Omega}',E')\, dE' \qquad [1.22]$$

La stabilité dans le temps est obtenue artificiellement en divisant les productions par un nombre k (k est en fait la valeur propre de l'équation du transport indépendante du temps).

Cette forme intégro-différentielle de l'équation du transport est particulièrement séduisante pour l'étude des expériences de type PCTR car les opérateurs de perturbation sont limités au volume de la cavité [ 02 ].

1.2.4. - Forme IV : Equation du transport "APOLLO" [08]

C'est sous cette forme que seront faits pratiquement les calculs en théorie du transport. Pour l'obtenir, il suffit tout d'abord d'intégrer [1.22] le long de la direction $\vec{\Omega}$ ; on obtient [09] :

$$f(\vec{r},\vec{\Omega},E) = \int_0^{\infty} e^{-\widetilde{\Sigma S}} \left\{ \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \Sigma_S(\vec{r}',\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega},E' \to E)\, f(\vec{r}',\vec{\Omega}',E')\, dE' \right.$$

$$\left. + \frac{\chi(E)}{k} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \nu\Sigma_f(\vec{r}',E')\, f(\vec{r}',\vec{\Omega}',E')\, dE' \right\} dS \qquad [1.23]$$

avec :

$$\widetilde{\Sigma S} = \int_0^{S} \Sigma_t(\vec{r}-S'\vec{\Omega})\, dS'$$

et

$$\vec{r}' = \vec{r} - S\vec{\Omega}.$$

En intégrant cette équation, dans le cas du choc linéairement anisotrope, par rapport à $\vec{\Omega}$, on obtient :

$$\Phi(\vec{r},E) = \int_{V_\infty} \frac{e^{-\widetilde{\Sigma R}}}{4\pi R^2} \left\{ \int_0^\infty \Sigma_S^o(\vec{r}',E' \to E)\ \Phi(\vec{r}',E')\ dE' \right.$$

$$\left. + \int_0^\infty \Sigma_S^1(\vec{r}',E' \to E)\ \vec{J}(\vec{r}',E')\ dE' + \frac{\chi(E)}{k} \int_0^\infty \nu\Sigma_f(\vec{r}',E')\ \Phi(\vec{r}',E')\ dE' \right\} d\vec{r}' \qquad [1.24]$$

avec :

$$R = |\vec{r}' - \vec{r}| \qquad \text{et} \qquad \vec{\Omega} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\Sigma_S^o(\vec{r},E' \to E) = \int_{4\pi} \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega},\ E' \to E)\ d\vec{\Omega} \qquad [1.25]$$

$$\Sigma_S^1(\vec{r},E' \to E) = 3 \int_{4\pi} \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}\ \Sigma_S(\vec{r},\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega},\ E' \to E)\ d\vec{\Omega} \qquad [1.26]$$

En introduisant maintenant les probabilités de collision et en discrétisant en énergie et en espace, on obtient :

$$\Phi_i^g = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{g'=1}^{g'=m} \frac{P_{ij}^g}{\Sigma_{tj}^g} \left[ \Sigma_{S\ j}^{o\ g' \to g}\ \Phi_j^{g'} + \frac{\chi_j^g}{k}\ \nu\ \Sigma_{f\ j}^{g'}\ \Phi_j^{g'} \right]$$

$$+ \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{g'=1}^{g'=m} \tilde{P}_{ij}^g\ \Sigma_{S\ j}^{1\ g' \to g}\ J_j^{g'}\ W_j\ r_j^{n-1} \qquad [1.27]$$

avec :

- i, j indices d'espace ; g, g' indices de groupes ;
- $W_k$ : poids d'intégration :

$$W_1 = \frac{1}{2}(r_2 - r_1) \qquad W_k = \frac{1}{2}(r_{k+1} - r_{k-1}) \qquad W_m = \frac{1}{2}(r_m - r_{m-1})$$

- $P_{ij}^g$ : probabilité ordinaire dans le groupe g pour qu'un neutron né dans i subisse une collision dans j ;
- $\tilde{P}_{ij}^g$ : "probabilité de collision anisotrope" dans le groupe g [ 08 ] ;

$$- \Phi_i^g = \frac{\int_g dE \int_i r^{n-1} \Phi(r,E)\, dr}{\int_g dE \int_i r^{n-1}\, dr}$$

$$- \Sigma_{tj}^g = \frac{\int_g dE \int_i r^{n-1} \Sigma_t(r,E)\, \Phi(r,E)\, dr}{\int_g dE \int_i r^{n-1}\, \Phi(r,E)\, dr}$$

(n=1 en géométrie plane, n=2 en cylindrique et n=3 en sphérique).

Le dernier terme de [1.27] disparaît dans le cas du choc isotrope.

1.2.5. - Forme V : Equation de la diffusion

Si, à partir de l'équation [1.22], on développe $\Sigma_S$ en polynôme de Legendre et que l'on utilise l'approximation $P_1$ pour $f(\vec{r},\vec{\Omega},E)$, on obtient après définition du coefficient de diffusion [10] :

$$- \vec{\nabla} \cdot D(\vec{r},E)\ \vec{\nabla}\, \Phi(\vec{r},E) + \Sigma_t(\vec{r},E)\, \Phi(\vec{r},E)$$

$$= \int_0^\infty \Sigma_S^o(\vec{r},E' \to E)\, \Phi(\vec{r},E')\, dE' + \frac{\chi(E)}{k} \int_0^\infty \nu\Sigma_f(\vec{r},E')\, \Phi(\vec{r},E')\, dE' \qquad [1.28]$$

Cette forme continue sera particulièrement intéressante dans la recherche du coefficient de diffusion effectif d'une cavité. Pour les calculs de pile, on utilise une forme discrétisée en énergie qui a la forme suivante (avec des notations classiques) :

$$- \vec{\nabla} \cdot D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\, \Phi_i(\vec{r}) + \Sigma_i^t(\vec{r})\, \Phi_i(\vec{r})$$

$$= \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_t^{j\to i}(\vec{r})\, \Phi_j(\vec{r}) + \frac{1}{k}\, \chi_i \sum_{j=1}^{j=M} \nu\, \Sigma_j^f(\vec{r})\, \Phi_j(\vec{r}) \qquad [1.29]$$

Cette forme est ensuite discrétisée en espace au niveau du code de pile.

1.2.6. - Forme VI : Equation du bilan neutronique sous forme d'opérateurs

Les formes III et V qui seront fréquemment employées pour le calcul de variations de réactivité en théorie de la perturbation peuvent se mettre avantageusement sous la forme générale :

$$T \mid \Psi > = \frac{1}{k} P \mid \Psi > \qquad [1.30]$$

$\mid \Psi >$ est alors le flux angulaire ou le flux neutronique et T et P des opérateurs en théorie du transport ou en théorie de la diffusion.

2ème PARTIE

## METHODE DE L'EMPOISONNEMENT PROGRESSIF

## 2.1. - PRINCIPE

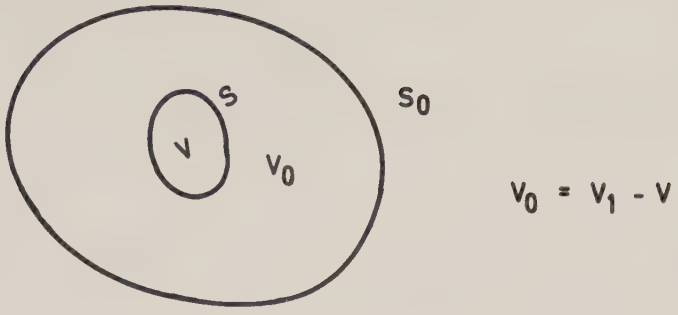



**Figure : 2.1**

Considérons un réacteur de volume $V_1$ contenant une cavité de volume V. Dans cette cavité, il est possible d'introduire un combustible auquel on a ajouté une certaine masse m de poison.

Appelons $\Delta\rho_m$ la variation de réactivité produite par l'introduction de ce combustible dans la cavité.

L'équation du bilan neutronique, en l'absence de combustible dans V s'écrit :

$$T \mid \Psi > = \frac{1}{k} P \mid \Psi > \qquad [2.1]$$

Le système adjoint est :

$$T^+ \mid \Psi^+ > = \frac{1}{k} P^+ \mid \Psi^+ > \qquad [2.2]$$

On a de la même façon, en présence du combustible empoisonné :

$$T_m \mid \Psi_m > = \frac{1}{k_m} P_m \mid \Psi_m > \qquad [2.3]$$

et :

$$T_m^+ \mid \Psi_m^+ > = \frac{1}{k_m} P_m^+ \mid \Psi_m^+ > \qquad [2.4]$$

Multiplions [2.3] à gauche par $\Psi^+$. On obtient :

$$< \Psi^+ \mid T_m \mid \Psi_m > = \frac{1}{k_m} < \Psi^+ \mid P_m \mid \Psi_m > \qquad [2.5]$$

Multiplions maintenant [2.2] à gauche par $\Psi_m$ :

$$< \Psi_m \mid T^+ \mid \Psi^+ > = \frac{1}{k} < \Psi_m \mid P^+ \mid \Psi^+ > \qquad [2.6]$$

Soustrayons membre à membre [2.6] à [2.5] et intégrons sur tout le réacteur :

$$\int_{V_1} \left[ < \Psi^+ \mid T_m \mid \Psi_m > - < \Psi_m \mid T^+ \mid \Psi^+ > \right] dV$$

$$= \frac{1}{k_m} \int_{V_1} < \Psi^+ \mid P_m \mid \Psi_m > dV - \frac{1}{k} \int_{V_1} < \Psi_m \mid P^+ \mid \Psi^+ > dV \qquad [2.7]$$

Si l'on tient compte que :

$P^+ = 0$ dans V

$P_m = P$ dans $V_o$

on obtient :

$$\Delta\rho_m = \rho_m - \rho = \frac{- \int_{V_1} \left[ < \Psi^+ | T_m | \Psi_m > - < \Psi_m | T^+ | \Psi^+ > \right] dV + \frac{1}{k_m} \int_V < \Psi^+ | P_m | \Psi_m > dV}{\int_{V_o} < \Psi^+ | P | \Psi_m > dV} \qquad [2.8]$$

avec :

$$\rho_m = \frac{k_m - 1}{k_m} \qquad \text{et} \qquad \rho = \frac{k - 1}{k}$$

Dans le cas particulier où la masse de poison est nulle, on a :

$$\Delta\rho_o = \rho_o - \rho = \frac{-\int_{V_1}\left[\langle \Psi^+|T_o|\Psi_o\rangle - \langle \Psi_o|T^+|\Psi^+\rangle\right] dV + \frac{1}{k_o}\int_V \langle \Psi^+|P_o|\Psi_o\rangle\, dV}{\int_{V_o} \langle \Psi^+|P|\Psi_o\rangle\, dV} \qquad [2.9]$$

Si l'on reporte sur un graphique : $\Delta\rho_m = \Delta\rho_m(m)$ (voir Figure 2.2).

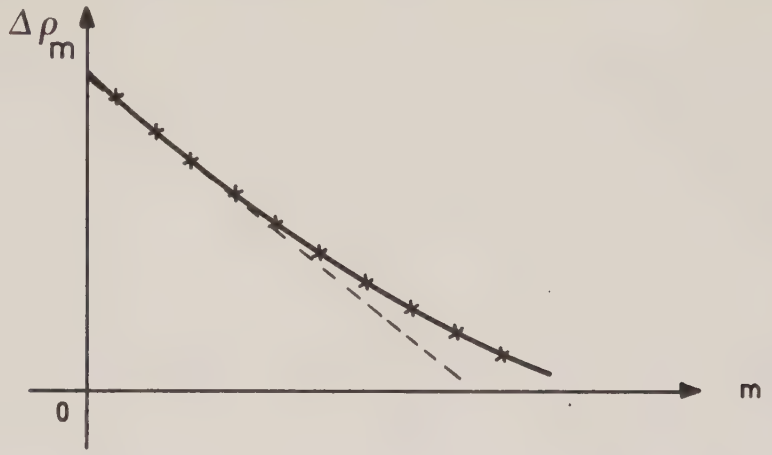



Figure : 2.2

on peut chercher quelle est la pente à l'origine de la courbe obtenue. Cette pente p est :

$$p = \lim_{m \to o} \frac{\Delta\rho_m - \Delta\rho_o}{m} \qquad [2.10]$$

Si on multiplie cette pente par une masse $m_o$ de poison, on obtient une

variation de réactivité $\Delta\rho_{m_o}$ et on peut écrire :

$$\frac{\Delta\rho_o}{\Delta\rho_{m_o}} = \frac{1}{\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P | \Psi_o \rangle \, dV} \left[ - \int_{V_1} \left[ \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle - \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \right] dV \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k_o} \int_V \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV \right]$$

$$\left[ m_o \lim_{m \to o} \left\{ \frac{- \int_{V_1} \left[ \langle \Psi^+ | T_m | \Psi_m \rangle - \langle \Psi_m | T^+ | \Psi^+ \rangle \right] dV + \frac{1}{k_m} \int_V \langle \Psi^+ | P_m | \Psi_m \rangle \, dV}{m \int_{V_o} \langle \Psi^+ | P_m | \Psi_m \rangle \, dV} \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{- \int_{V_1} \left[ \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle - \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \right] dV + \frac{1}{k_o} \int_V \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV}{m \int_{V_o} \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV} \right\} \right]^{-1}$$

[2.11]

Or :

$$\lim_{m \to o} \int_{V_o} \langle \Psi^+ | P_m | \Psi_m \rangle \, dV = \int_{V_o} \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV$$

Donc :

$$\frac{\Delta\rho_o}{\Delta\rho_{m_o}} = \left[ - \int_{V_1} \left[ < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > - < \Psi_o | T^+ | \Psi^+ > \right] dV + \frac{1}{k_o} \int_V < \Psi^+ | P_o | \Psi_o > dV \right] \Bigg/$$

$$\left[ m_o \lim_{m \to o} \left\{ \frac{1}{m} \left[ \frac{1}{k_m} \int_V < \Psi^+ | P_m | \Psi_m > dV - \frac{1}{k_o} \int_V < \Psi^+ | P_o | \Psi_o > dV \right. \right. \right.$$

$$+ \int_{V_1} < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > dV - \int_{V_1} < \Psi^+ | T_m | \Psi_m > dV + \int_{V_1} < \Psi_m | T^+ | \Psi^+ > dV$$

$$\left. \left. \left. - \int_{V_1} < \Psi_o | T^+ | \Psi^+ > dV \right] \right\} \right] \qquad [2.12]$$

Dans l'expression ci-dessus, l'intégrale de normalisation disparaît sans approximation.

On peut raisonner différemment et considérer que $\Delta\rho_m - \Delta\rho_o$ est la variation de réactivité que l'on obtiendrait à partir de la cavité emplie par le combustible et en empoisonnant celui-ci avec une masse de poison tendant vers zéro.

On écrit alors :

$$\Delta\rho_{m_o} = m_o \lim_{m \to o} \left\{ \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\int_{V_o} < \Psi^+ | P_m | \Psi_m > dV} \left[ - \int_{V_1} \left[ < \Psi_o^+ | T_m | \Psi_m > \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. - < \Psi_m | T_o^+ | \Psi_o^+ > \right] dV + \frac{1}{k_m} \int_V < \Psi_o^+ | P_m | \Psi_m > dV - \frac{1}{k_o} \int_V < \Psi_m | P_o^+ | \Psi_o^+ > dV \right] \right\}$$

$$[2.13]$$

Cette expression peut être facilement calculée en théorie de la perturbation au 1er ordre (puisque celle-ci devient rigoureuse à la limite). On peut alors écrire :

$$\Delta\rho_{m_o} = m_o \lim_{m\to o} \left\{ \frac{1}{m} \frac{-\int_{V_1} \langle \Psi_o^+ | \delta T_m | \Psi_o \rangle \, dV + \frac{1}{k_o} \int_V \langle \Psi_o^+ | \delta P_m | \Psi_o \rangle \, dV}{\int_{V_o} \langle \Psi_o^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV} \right\}^{(*)} \quad [2.14]$$

Pour obtenir [2.14] on écrit que $T_m = T_o + \delta T_m$ et $P_m = P_o + \delta P_m$ et on utilise la relation :

$$\langle \Psi_o^+ | T_o | \Psi_m \rangle = \langle \Psi_m | T_o^+ | \Psi_o^+ \rangle$$

Cette méthode conduit à une intégrale de normalisation :

$$\int_{V_o} \langle \Psi_o^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV$$

qui n'est pas rigoureusement égale à celle utilisée pour le calcul de $\Delta\rho_o$ et qui est :

$$\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV$$

## 2.2. - INTERPRETATION

On dispose pratiquement des deux rapports $\Delta\rho_o/\Delta\rho_{m_o}$.

- L'un obtenu expérimentalement et que nous noterons :

$$\left[ \frac{\Delta\rho_o}{\Delta\rho_{m_o}} \right]_{exp} \quad \text{ou} \quad \frac{\left[ \Delta\rho_o \right]_{exp}}{\left[ \Delta\rho_{m_o} \right]_{exp}}$$

(*) La superposition des opérateurs étant linéaire, l'expression entre accolades est une constante (perturbation spécifique du poison) et le passage à la limite devient superflu. On peut interpréter ceci en disant que l'on mesure directement le premier ordre de perturbation.

- L'autre obtenu à partir d'un calcul :

$$\left[\frac{\Delta\rho_o}{\Delta\rho_{m_o}}\right]_{cal} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\left[\Delta\rho_o\right]_{cal}}{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{cal}}$$

Si l'on écrit :

$$\left[\widetilde{\Delta\rho}_o\right]_{cal} = \left[\Delta\rho_o\right]_{cal} \times \frac{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{exp}}{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{cal}} \qquad [2.15]$$

on obtient une quantité directement comparable à $\left[\Delta\rho_o\right]_{exp}$ puisque nous y avons éliminé les problèmes liés à l'intégrale de normalisation et à la formule de Nordheim.

Si l'on définit une quantité $\varepsilon$ par la relation :

$$1 + \varepsilon = \frac{\left[\widetilde{\Delta\rho}_o\right]_{cal}}{\left[\Delta\rho_o\right]_{exp}} \qquad [2.16]$$

cette quantité traduira l'écart "expérience - calcul" de la perturbation en réactivité.

## 2.3. - EFFETS CORRECTIFS

### 2.3.1. - Matérialisation de la cavité

La cavité, dans un réacteur tel que MARIUS, contient de l'air à la pression atmosphérique. Dans la technique d'oscillation que nous avons employée, il contient de plus un écarteur de magnésium.

On peut, dans l'expression [2.9] décomposer l'intégration sur $V_1$ en une intégration sur $V_o$ et une intégration sur V.

On a alors :

$$\Delta\rho_o = \frac{1}{\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P | \Psi_o \rangle \, dV} \left\{ - \int_{V_o} \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle \, dV - \int_V \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle \, dV \right.$$

$$\left. + \int_{V_o} \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV + \int_V \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV + \frac{1}{k_o} \int_V \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV \right\}$$

[2.17]

Si la cavité était vide, on aurait :

$$\int_V \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV = 0$$

La présence d'air et de magnésium introduit donc une variation de réactivité "parasite" :

$$\delta\rho_1 = \frac{\int_V \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV}{\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P | \Psi_o \rangle \, dV} \qquad [2.18]$$

Cette quantité peut être calculée à partir des sections du magnésium, de l'azote et de l'oxygène.

$\delta\rho_1$ étant connu, la variation de réactivité que l'on aurait

$$\Delta\rho_o' = \Delta\rho_o - \delta\rho_1 = \frac{1}{\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P | \Psi_o \rangle \, dV} \left\{ - \int_{V_o} \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle \, dV \right.$$

$$\left. - \int_V \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle \, dV + \int_{V_o} \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV + \frac{1}{k_o} \int_V \langle \Psi^+ | P_o | \Psi_o \rangle \, dV \right\}$$

[2.19]

Dans la quatrième partie de cette thèse, nous donnons une méthode expérimentale de détermination de $\delta\rho_1$. Le principe en est le suivant :

L'opérateur $T^+$ est la réunion de $T_1^+$ qui traduit l'effet de l'air et de $T_2^+$ qui traduit l'effet du magnésium (un calcul fait en super-cellule dans le cas du combustible RHT à 1 % d'enrichissement nous a montré que la réaction de l'un sur l'autre était tout à fait négligeable).

Les perturbations introduites par ces deux éléments étant faibles, il y a proportionnalité entre l'effet en réactivité et la masse des éléments (nous le vérifions d'ailleurs expérimentalement). Si l'on désigne par $\delta\rho_i^{\alpha_i}$ la variation de réactivité produite par l'introduction d'une masse $\alpha_i$ de l'élément i dans la cavité, il est possible de tracer la droite $\delta\rho_i^{\alpha_i} = \delta\rho_i^{\alpha_i}(\alpha_i)$ obtenue à partir des diverses mesures correspondantes.

Si :

$\tilde{\alpha}_1$ désigne la masse d'air dans la cavité au moment de l'expérience,

$\tilde{\alpha}_2$ désigne la masse de magnésium,

on a la relation:

$$\delta\rho_1 = \sum_{i=1}^{i=2} \left[ \frac{\mathrm{cov}(\alpha_i,\ \delta\rho_i^{\alpha_i})}{\mathrm{var}(\alpha_i)} \left[ \tilde{\alpha}_i - E(\alpha_i) \right] + E(\delta\rho_i^{\alpha_i}) \right] \qquad [2.20]$$

$\mathrm{cov}(X,Y)$ désigne la covariance du couple (X,Y),

$\mathrm{var}(X)$ est la variance de X,

$E(X)$ est l'espérance de X.

### 2.3.2. - Effet des hétérogénéités axiales (*)

La substitution du combustible à la cavité est faite par une technique d'oscillation. Si l'on désigne par $V_2$ le volume de la partie mobile du réacteur, on a, dans le cas général :

$$\int_{V_2-V} < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > dV \neq \int_{V_2-V} < \Psi_o | T^+ | \Psi^+ > dV \qquad [2.21]$$

puisqu'il n'y a aucune raison pour que tous les éléments combustibles qui composent le train mobile aient rigoureusement les mêmes caractéristiques.

Si l'on tient compte que :

$$\int_{V_o-V_2} < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > dV = \int_{V_o-V_2} < \Psi_o | T^+ | \Psi^+ > dV \qquad [2.22]$$

et si l'on désigne par :

$$\delta\rho_2 = \frac{1}{\int_{V_o} < \Psi^+ | P | \Psi_o > dV} \left\{ - \int_{V_2-V} < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > dV + \int_{V_2-V} < \Psi_o | T^+ | \Psi^+ > dV \right\} \qquad [2.23]$$

la variation de réactivité parasite introduite par les hétérogénéités de composition du train, on aura comme variation de réactivité dans les conditions idéales d'absence d'hétérogénéités dans le train et de vide dans la cavité :

$$\Delta\rho''_o = \Delta\rho'_o - \delta\rho_2 = \frac{1}{\int_{V_o} < \Psi^+ | P | \Psi_o > dV} \left\{ - \int_V < \Psi^+ | T_o | \Psi_o > dV + \frac{1}{k_o} \int_V < \Psi^+ | P_o | \Psi_o > dV \right\} \qquad [2.24]$$

---

(*) Cet effet ne concerne strictement que les hétérogénéités de composition du train et n'inclut pas l'effet de surface découverte.

Pour déterminer $\delta\rho_2$ expérimentalement, on peut songer à deux méthodes :

- La première consiste à osciller le train en l'absence de cavité (celle-ci contient un élément combustible du même type que celui qui compose le reste du train). La variation de réactivité enregistrée sera dans ces conditions :

$$\delta\rho = \delta\rho_2 + \frac{1}{\int_{V_o} \langle \Psi^+ | P | \Psi_o \rangle \, dV} \left\{ - \int_V \langle \Psi^+ | T_o | \Psi_o \rangle \, dV + \int_V \langle \Psi_o | T^+ | \Psi^+ \rangle \, dV \right\} \qquad [2.25]$$

en supposant l'intégrale de normalisation inchangée. On mesure donc "presque" l'effet recherché puisque le calcul qu'il reste à faire s'étend sur un volume V beaucoup plus petit que $V_2 - V$. Le calcul n'est plus qu'une correction sur un effet lui-même correctif.

- La seconde consiste à osciller le train, avec toujours la cavité emplie par un combustible, suivant diverses amplitudes [11] . Plusieurs combinaisons des éléments combustibles deux à deux vont être réalisées et on cherche la corrélation (expérience, calcul mené en théorie de la perturbation) pour ces divers points. L'obtention de $\delta\rho_2$ se fera sur la droite de régression ainsi déterminée.

2.3.3. - Effet des neutrons retardés

Les mesures étant faites par une technique d'oscillation, l'état d'équilibre rigoureux de la pile n'est jamais atteint à cause des noyaux précurseurs de neutrons retardés qui ont des périodes atteignant le même ordre de grandeur que celle de l'oscillation.

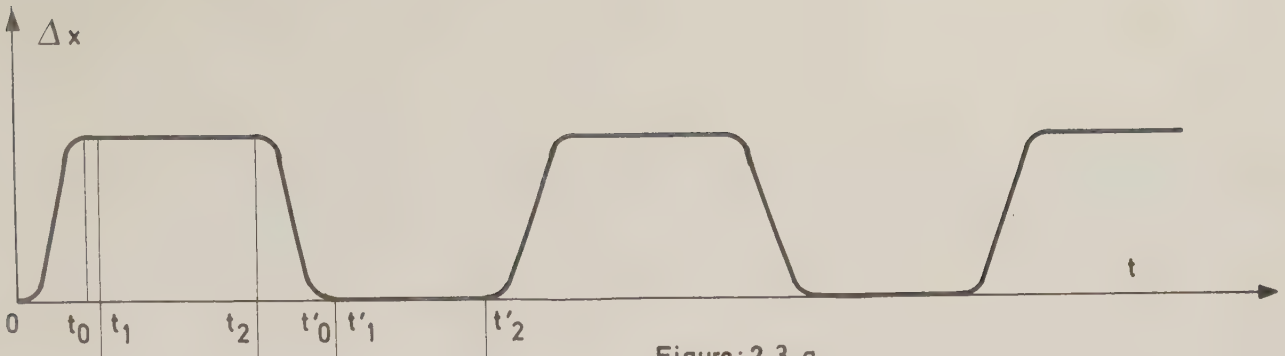
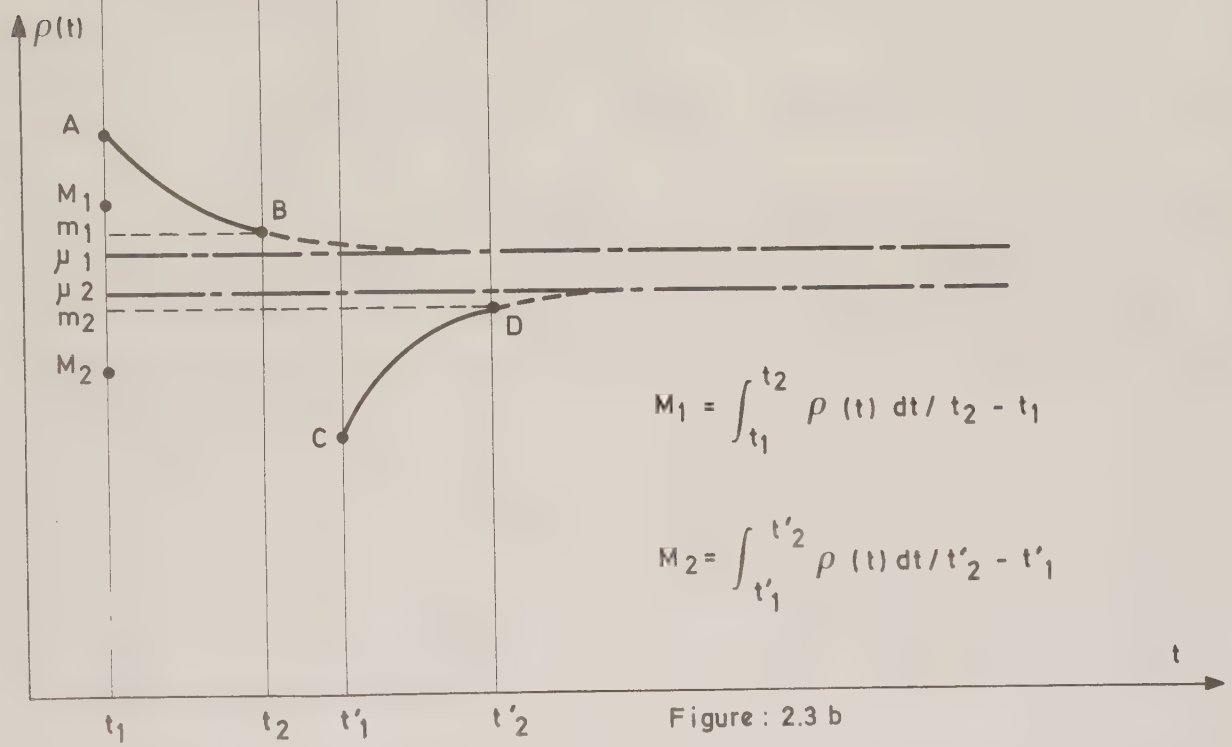



Figure: 2.3 a




$$M_1 = \int_{t_1}^{t_2} \rho\,(t)\,dt / t_2 - t_1$$

$$M_2 = \int_{t'_1}^{t'_2} \rho\,(t)\,dt / t'_2 - t'_1$$

Figure : 2.3 b

Le créneau d'oscillation est représenté sur la figure 2.3 a et la variation de réactivité que l'on mesure est (figure 2.3.b) :

$$\Delta\rho = M_1 - M_2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \rho(t)\,dt - \frac{1}{t'_2 - t'_1} \int_{t'_1}^{t'_2} \rho(t)\,dt \qquad [2.26]$$

La variation de réactivité réelle est :

$$\Delta\rho' = \mu_1 - \mu_2$$

Elle est obtenue en rejetant $t_2$ et $t'_2$ à l'infini. Il nous faut essayer de déterminer :

$$\delta\rho_3 = \Delta\rho - \Delta\rho'$$

pour pouvoir corriger la quantité mesurée $\Delta\rho$.

Si l'on essaie d'analyser plus en détail le phénomène, il faut se reporter à l'équation [1.20] qui nous donne l'évolution des concentrations des noyaux précurseurs en fonction du temps. On a :

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\vec{r},t) + V(t) \frac{\partial}{\partial z} C_i(\vec{r},t) + \lambda_i C_i(\vec{r},t)$$

$$= \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^{\infty} \beta_i(\vec{r},E') \nu \Sigma_f(\vec{r},E',t) f(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t) dE' \qquad [2.27]$$

Le traitement d'une telle équation par transformation de Laplace n'est exploitable que si V(t) = constante. L'ennui provient ici du fait que nous avons écrit l'équation dans un référentiel lié au combustible fixe. L'écriture de la même équation dans un référentiel attaché au combustible mobile conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i + \lambda_i C_i = P \Psi \qquad [2.28]$$

$\Psi$ est la densité angulaire (ou le flux selon la théorie utilisée) fonction du temps vue par le combustible compte tenu de la forme du créneau d'oscillation.

La forme [2.28] permet l'utilisation de la transformation de Laplace. Sa résolution donne l'allure des courbes AB et CD. Pour connaître la valeur absolue de la variation de réactivité, il suffit de combiner les valeurs obtenues à :

$$\frac{\int_{V_2} < \Psi^+ | p | \Delta\Psi > dV}{\int_{V_o} < \Psi^+ | P | \Delta\Psi > dV} \qquad [2.29]$$

qui traduit l'effet en réactivité sur la pile (due aux neutrons retardés) que l'on aurait dans le cas d'une translation en échelon d'Heaviside.

p est la partie de l'opérateur P spécifique aux neutrons retardés.

$\Delta\Psi$ est la variation instantanée de $\Psi$ lors de la translation.

La quantité $\delta\rho_3$ peut être obtenue très facilement par l'expérience. Il suffit de comparer $M_1$ à $\mu_1$ obtenu pratiquement en prolongeant $t_2$ de quelques minutes. La détermination de $M_1$ et $\mu_1$ se fait en enregistrant le signal $\rho(t)$ en permanence. On fait ensuite la même chose pour $M_2$ et $\mu_2$.

2.3.4. - Effet de l'augmentation des fuites du réacteur due à la présence d'une cavité

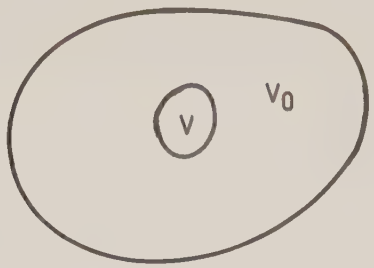



Figure: 2.4

Considérons deux situations d'un même réacteur :

- Situation 1 : le volume V contient un échantillon combustible.

- Situation 2 : le volume V est vide (cavité).

Le passage de la situation 1 à la situation 2 crée en plus de la perturbation classique des absorptions, productions et ralentissement, un accroissement des fuites sur l'ensemble de la pile c'est-à-dire une anti-réactivité $\delta\rho_4$. La cavité se comporte, en effet, comme un drain, facilitant l'écoulement des neutrons, grâce à sa perméabilité très supérieure à celle du milieu solide environnant [39].

L'application de la théorie de la perturbation à l'équation de la diffusion [1.28] permet d'écrire :

$$\delta\rho_4 = \frac{-\int_V dV \int_0^\infty \delta D\, \vec{\nabla}\tilde{\Phi}\,\vec{\nabla}\Phi^+ dE}{\int_{V_0} dV \int_0^\infty \chi\,\nu\,\Sigma_f\,\tilde{\Phi}\,\Phi^+ dE} \qquad [2.30]$$

$\tilde{\Phi}$ est le flux correspondant à la situation 2,

$\Phi^+$ est l'importance correspondant à la situation 1,

$\delta D$ est la différence entre le coefficient de diffusion effectif de la cavité et celui du combustible.

Le coefficient de diffusion effectif $D_{eff}$ pouvant être défini comme un coefficient permettant de rendre compte, en théorie de la perturbation exacte appliquée à l'équation de la diffusion, de l'effet d'accroissement des fuites sur le réacteur dû à la présence d'une cavité.

$D_{eff}$ peut être obtenu expérimentalement si l'on remarque :

- que la perturbation de fuite est proportionnelle à $\vec{\nabla}\,\tilde{\Phi}\,\vec{\nabla}\,\Phi^+$,

- qu'une perturbation d'absorption au même endroit est proportionnelle à $\Phi\,\Phi^+$.

Par un choix judicieux d'un absorbant, il est possible de trouver un point dans le réacteur pour lequel les perturbations sont les mêmes (nous désignerons par $\tau$ le volume V à une telle position).

Si l'absorbant est construit de telle manière que son coefficient de diffusion soit égal à celui du combustible, on peut écrire, en désignant par $\Sigma_a$ la section d'absorption de l'absorbant :

$$\int_\tau dV \int_0^\infty \delta D\ \vec{\nabla}\,\tilde{\Phi}\,\vec{\nabla}\,\Phi^+\,dV = \int_\tau dV \int_0^\infty \Sigma_a\,\Phi\,\Phi^+\,dV \qquad [2.31]$$

De [2.31] on tire l'effet cherché connaissant $\Sigma_a$ [12].

$\tilde{\Phi}$ est le flux correspondant à la situation 2,

$\Phi^+$ est l'importance correspondant à la situation 1,

$\delta D$ est la différence entre le coefficient de diffusion effectif de la cavité et celui du combustible.

Le coefficient de diffusion effectif $D_{eff}$ pouvant être défini comme un coefficient permettant de rendre compte, en théorie de la perturbation exacte appliquée à l'équation de la diffusion, de l'effet d'accroissement des fuites sur le réacteur dû à la présence d'une cavité.

$D_{eff}$ peut être obtenu expérimentalement si l'on remarque :

- que la perturbation de fuite est proportionnelle à $\vec{\nabla}\,\tilde{\Phi}\,\vec{\nabla}\,\Phi^+$,

- qu'une perturbation d'absorption au même endroit est proportionnelle à $\Phi\,\Phi^+$.

Par un choix judicieux d'un absorbant, il est possible de trouver un point dans le réacteur pour lequel les perturbations sont les mêmes (nous désignerons par $\tau$ le volume V à une telle position).

Si l'absorbant est construit de telle manière que son coefficient de diffusion soit égal à celui du combustible, on peut écrire, en désignant par $\Sigma_a$ la section d'absorption de l'absorbant :

$$\int_\tau dV \int_0^\infty \delta D\,\vec{\nabla}\,\tilde{\Phi}\,\vec{\nabla}\,\Phi^+\,dV = \int_\tau dV \int_0^\infty \Sigma_a\,\Phi\,\Phi^+\,dV \qquad [2.31]$$

De [2.31] on tire l'effet cherché connaissant $\Sigma_a$ [ 12 ].

# 3 ème PARTIE

## REALISATION EXPERIMENTALE

## 3.1. - DESCRIPTION DE MARIUS III ET DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### 3.1.1. - Description générale

Le réacteur MARIUS a été construit pour l'étude neutronique des réseaux à uranium naturel modérés au graphite. Installé tout d'abord à MARCOULE en 1960, il a été transféré à CADARACHE en 1965 puis transformé en 1970 en vue de l'étude des réseaux de réacteurs à haute température (R.H.T.).

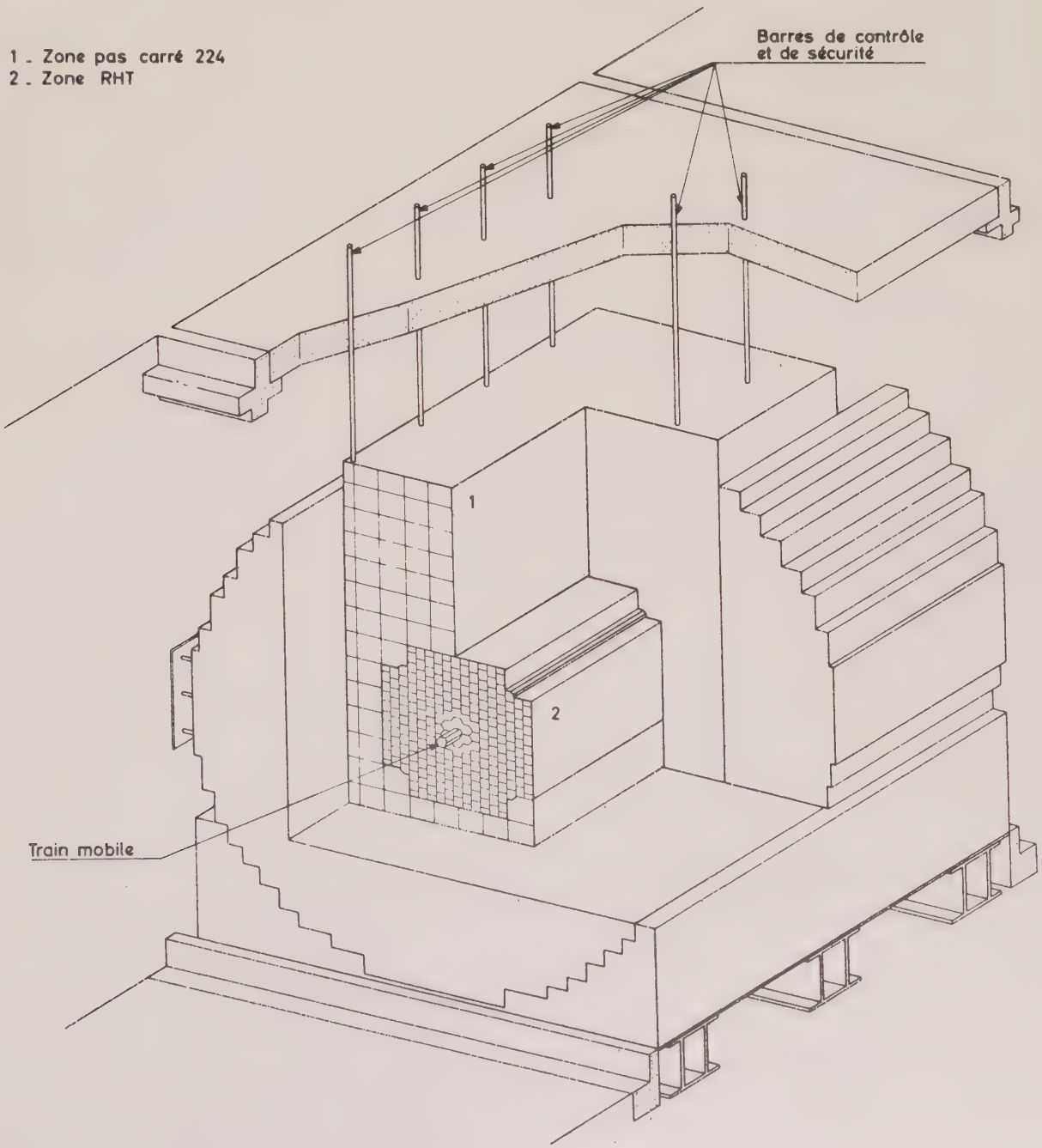



Figure 3.1. Vue éclatée de MARIUS

MARIUS (voir Figure 3.1) est un pseudo-cylindre de graphite d'axe horizontal, d'une longueur de 6 mètres et d'un diamètre moyen de 6,20 mètres. Il est percé de canaux horizontaux suivant un réseau à pas carré de 224 mm. Plusieurs diamètres de canaux peuvent être obtenus à partir de jeux de chemises en graphite.

Au centre de cet empilement, sur une longueur de 3,60 mètres et un diamètre moyen de 1,40 mètre est ménagé un réseau hexagonal RHT au pas triangulaire de 90 mm (diamètre du canal : 61 mm). Cette zone contient 219 cellules.

La sécurité est assurée par 8 barres verticales en cadmium.

Les opérations manuelles de chargement et de déchargement des combustibles se font au moyen de deux plates-formes qui fonctionnent en ascenseurs et se positionnent au niveau voulu devant les faces avant et arrière du réacteur ; elles permettent également de supporter l'appareillage d'oscillation du train central.

### 3.1.2. - Description du chargement de la pile

#### 3.1.2.1. - Zone au pas 90

Cette zone, dont on peut voir une coupe radiale détaillée sur la figure 3.2, est entièrement remplie par du combustible $UO_2S$ (aiguilles d'oxyde d'uranium à 3,5 % d'enrichissement).

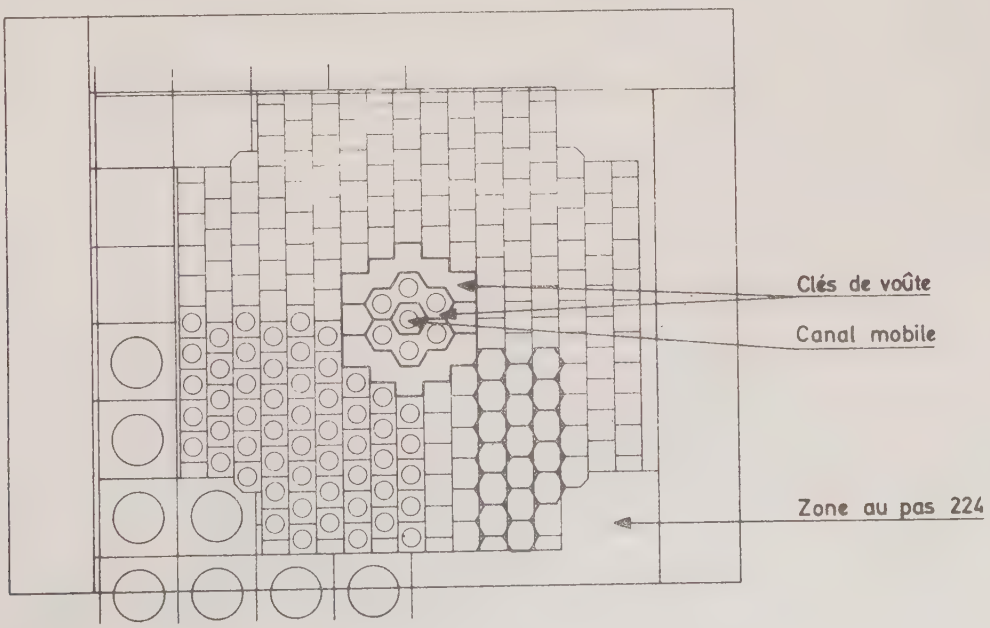



Figure 3.2. Coupe radiale de la zone au pas 90

Ces aiguilles, gainées d'aluminium, sont de différentes longueurs et sont positionnées au milieu du canal par un certain nombre de centreurs en magnésium.

- Le canal central déborde très largement de la pile. Sa longueur est de 6 mètres et il est composé de 20 éléments de 30 cm. Chaque élément contient, hormis la partie en graphite, une aiguille de 30 cm de long et deux centreurs.

- 174 canaux contiennent chacun une aiguille de 168 cm (2 centreurs) et une aiguille de 210 cm (3 centreurs).

- Les 44 canaux restant (219 - 175) contiennent chacun 5 aiguilles de 66 cm et une aiguille de 34 cm ; toutes ces aiguilles ont deux centreurs.

La répartition de ces canaux dans la zone au pas 90 est donnée sur la figure 3.3.

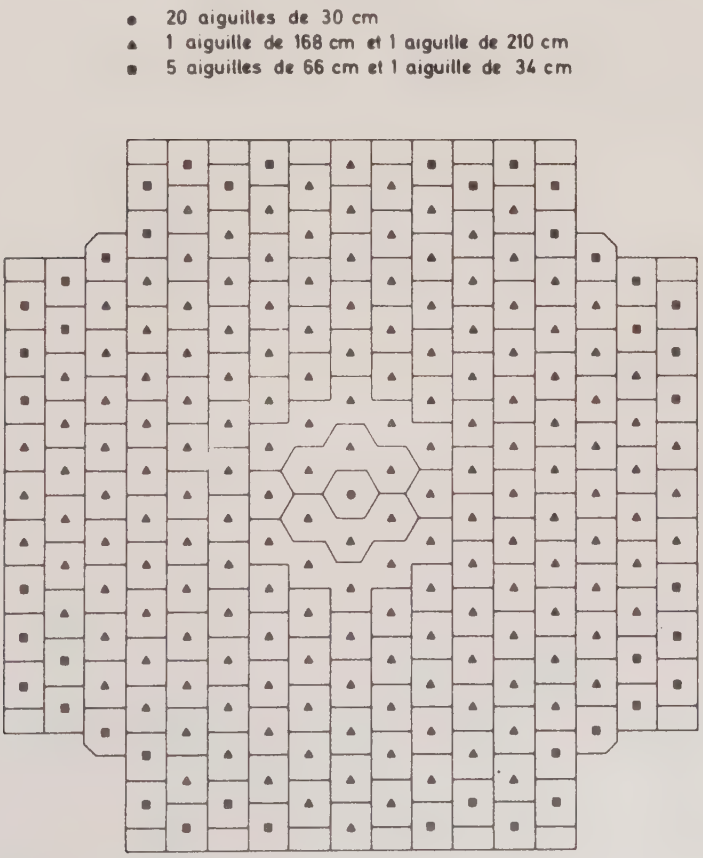



Figure 3.3_ Chargement de la zone au pas 90

Chaque aiguille est composée de crayons d'$UO_2$ prégainés d'une longueur de 10 cm ou de 14 cm.

Sur la figure 3.4, on peut voir la composition d'une aiguille de 30 cm ainsi que le schéma d'un centreur.

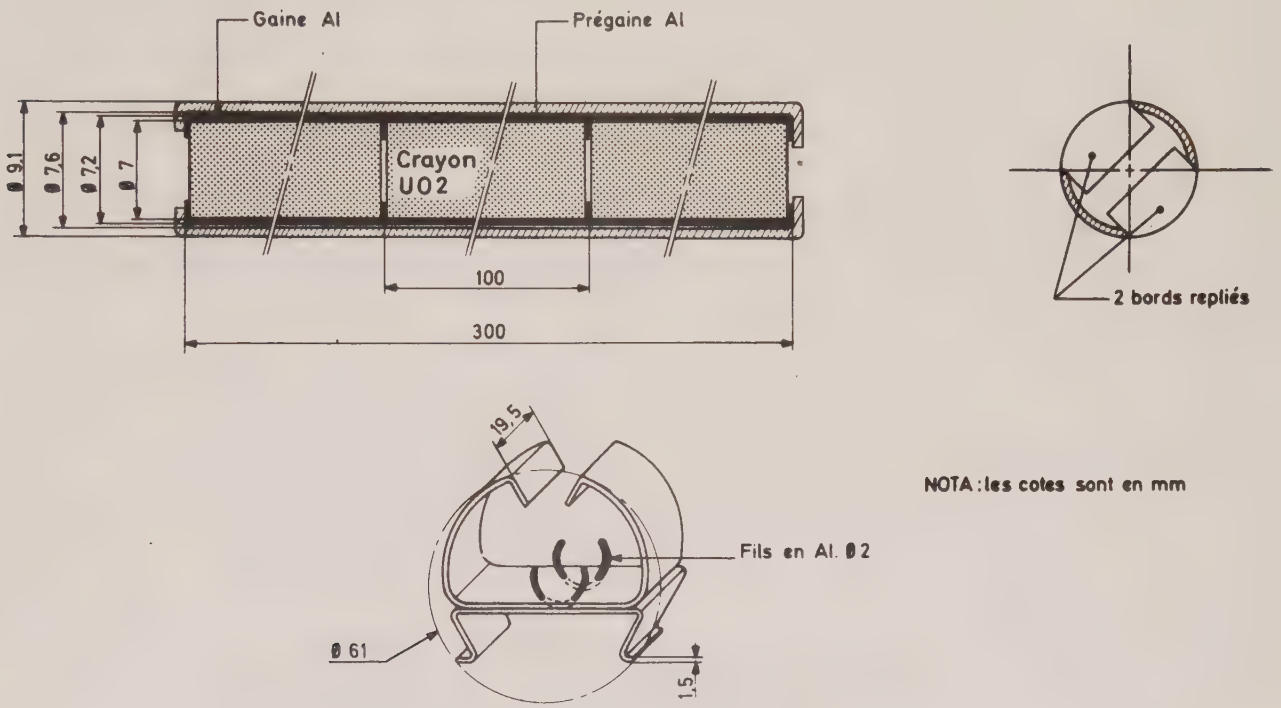



Figure 3.4. Combustible $UO_2$ S

3.1.2.2. - Zone au pas 224

Le nombre de canaux chargés dans la zone au pas 224 au moment de l'expérience à empoisonnement progressif était de 166 dont :

- 4 canaux de B1B31 (barreau d'uranium naturel de 31 mm de diamètre dans un canal de 70 mm),
- 16 canaux de T64 (tube "T4" d'uranium naturel de 35 mm de diamètre intérieur et 46 mm dediamètre extérieur contenu dans un tube "T6" d'uranium naturel de 46 mm de diamètre intérieur et 64 mm de

diamètre extérieur). Le tout se trouve dans un canal de 110 mm.

- 102 canaux de B3B50 (barreau d'uranium naturel de 50 mm de diamètre dans un canal de 110 mm). Dans cette zone un canal est réservé au pilote et un autre (qui lui est symétrique) à la chambre à fission.
- 44 canaux E0,96 de combustible enrichi à 0,96 % (barreau de 29,6 mm de diamètre dans un canal de 70 mm).

Tous ces combustibles sont, bien entendu, gainés et leur longueur est de 300 mm.

La répartition radiale des combustibles dans la zone au pas 224 est donnée dans la figure 3.5.

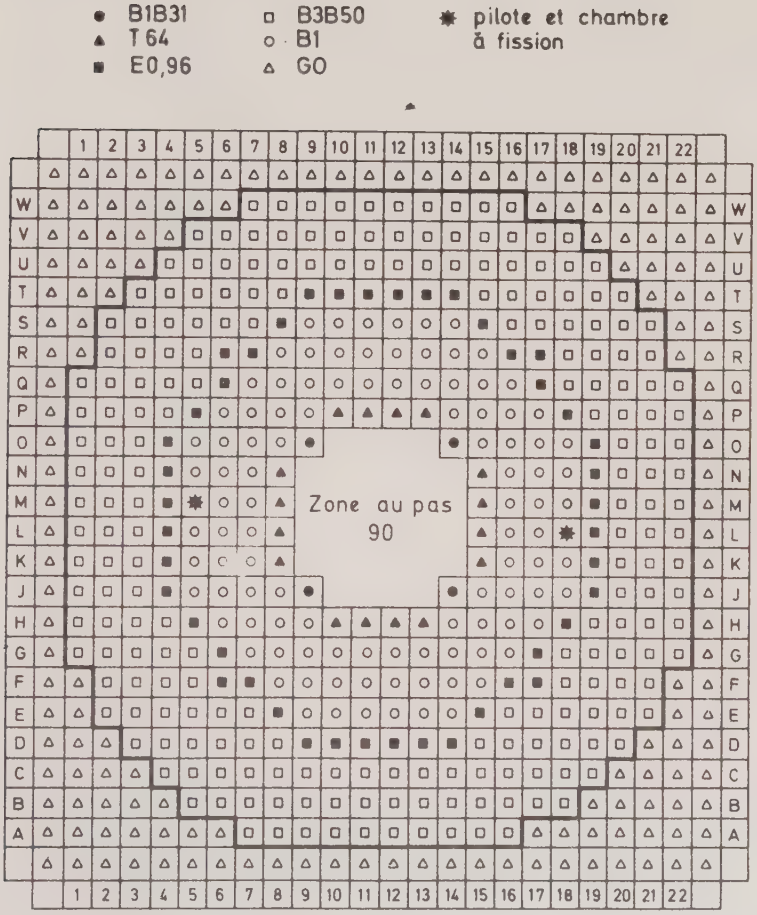



Figure 3.5_Chargement de la zone au pas 224

La dénomination B1 désigne un réflecteur percé d'un canal de 70 mm de diamètre, B4 un réflecteur percé d'un canal de 140 mm de diamètre et GO désigne un réflecteur plein.

La figure 3.5 donne une coupe radiale de la zone au pas 224 dans le plan médian de la pile. Afin d'avoir une idée du chargement axial, nous donnons figure 3.6 un schéma RZ complet de la pile (la côte Z = 0 correspond au plan médian).

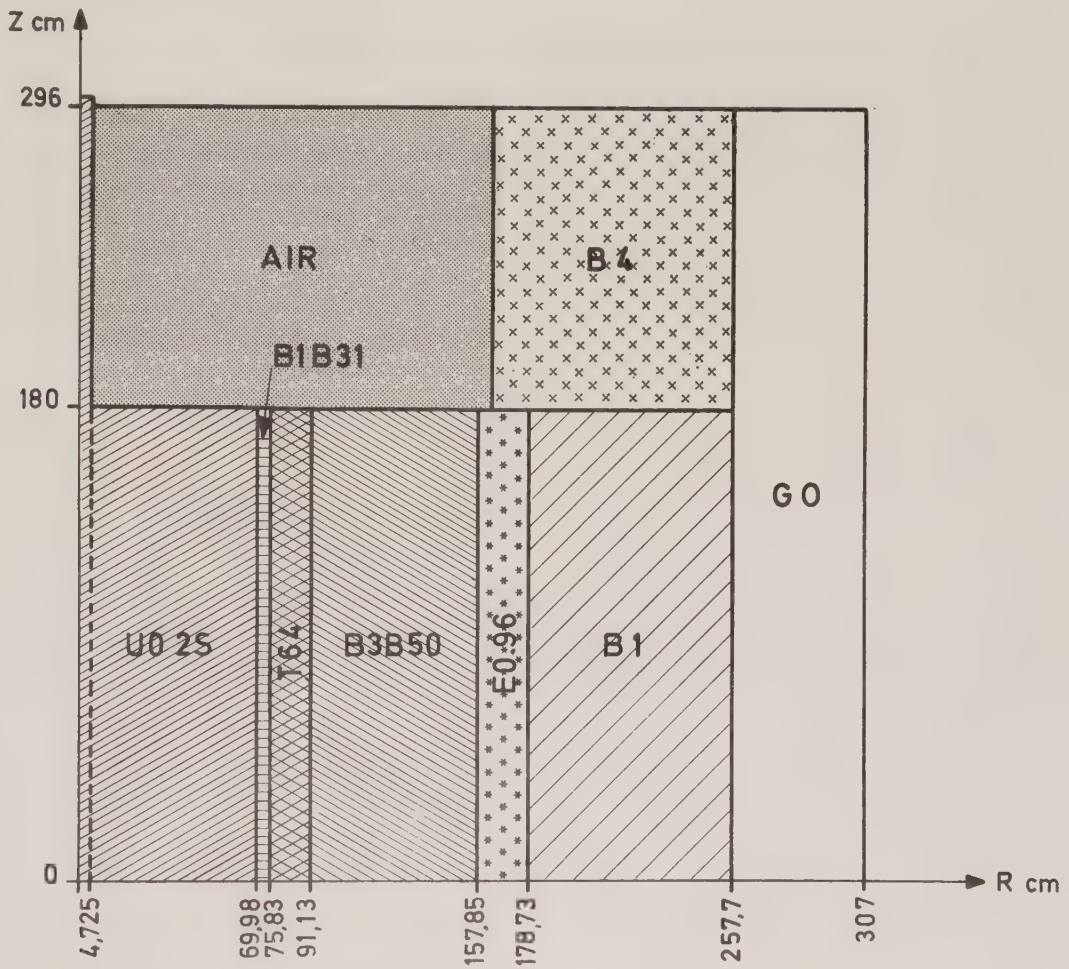



Figure : 3.6 Schéma RZ de la pile

3.1.3. - Dispositif d'oscillation

MARIUS étant une pile à l'air libre, il est indispensable d'avoir recours à une méthode d'oscillation pour mesurer la variation de réactivité créée par une perturbation. En effet, on enregistre des variations de pression qui peuvent atteindre 1 mb/heure ce qui donne, avec un coefficient de pression de l'ordre de 1 pcm/mb, une dérive de 1 pcm/h sur la pile. Des mesures par divergence, qui dans le meilleur des cas pourraient se faire tous

les quarts d'heure [ 25 ] conduiraient à une dérive pouvant atteindre 0,25 pcm entre deux mesures. Il est bien sûr possible de corriger cet effet (qui n'est d'ailleurs pas le seul puisqu'il y a aussi l'effet de température) mais il est beaucoup plus simple et plus précis d'utiliser une méthode d'oscillation qui permet, on le verra, de faire une mesure toutes les 30 secondes (dérive maximum ∿ 0,01 p.c.m. y compris une variation maximum de la température de 0,5°C/heure).

3.1.3.1. - Principe

Rappelons tout d'abord que nous voulons substituer au centre de la pile (pour l'unique raison, hormis l'établissement du spectre, que les flux et les importances y sont maximum donc que les effets enregistrés sont plus grands) un élément A à un élément B et enregistrer la variation de réactivité $\Delta\rho$ produite. Ceci nous conduit à réaliser un schéma tel que celui de la figure 3.7 (l'amplitude de l'oscillateur étant inférieure à une demi-pile).

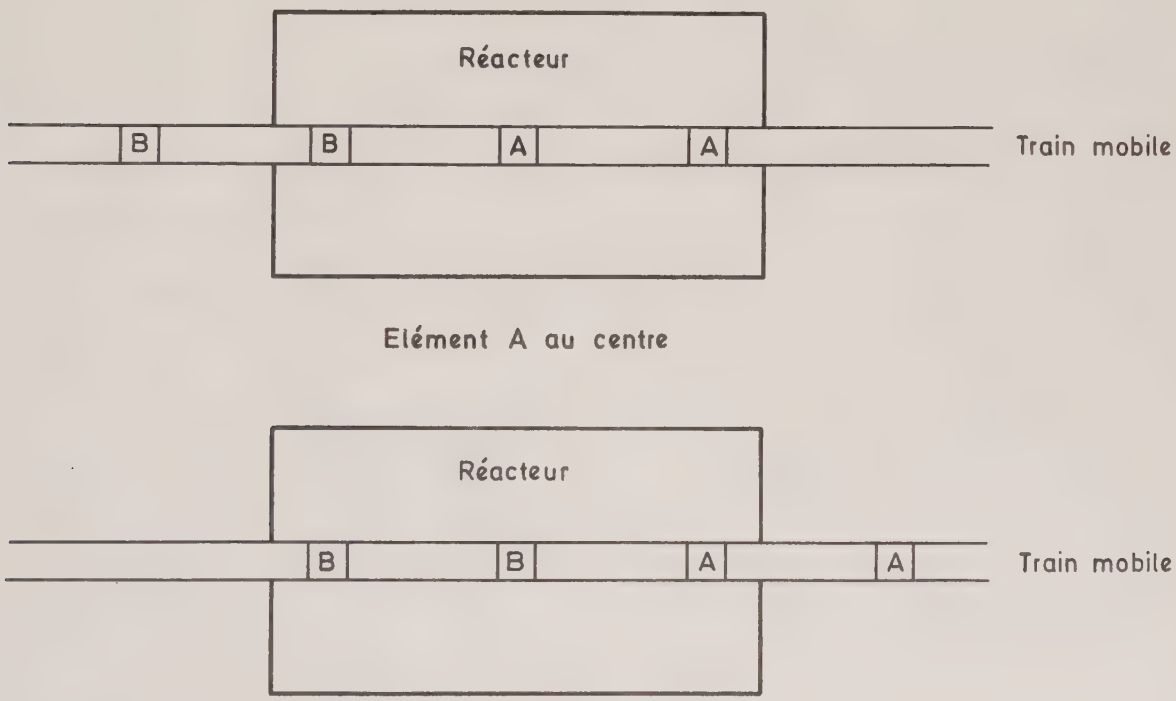



Figure : 3.7 Principe d'oscillation

### 3.1.3.2. - Description du dispositif d'oscillation

La partie mécanique est constituée d'une vis à bille entraînée, après démultiplication, par un moteur. Lorsque la vis tourne, l'écrou bloqué en rotation se déplace le long de la vis entraînant un chariot qui pousse le train. La rigidité du train est obtenue en comprimant celui-ci à l'aide de deux câbles de zircaloy passant dans les trous de combustibles à 23,5 cm du centre (figure 3.8).

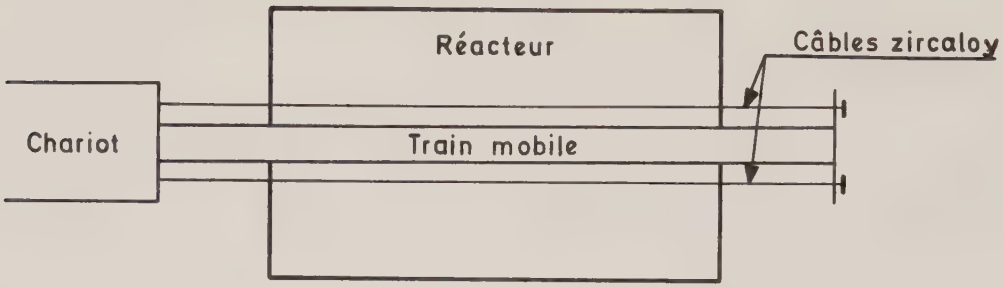



Figure : 3.8

Le déplacement du train s'effectue selon un cycle d'allure rectangulaire décomposé comme suit (figure 3.9 a).

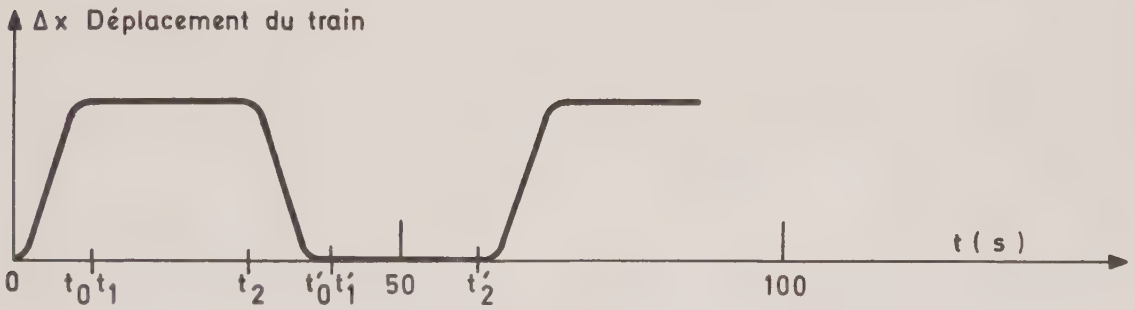



Figure : 3.9 a

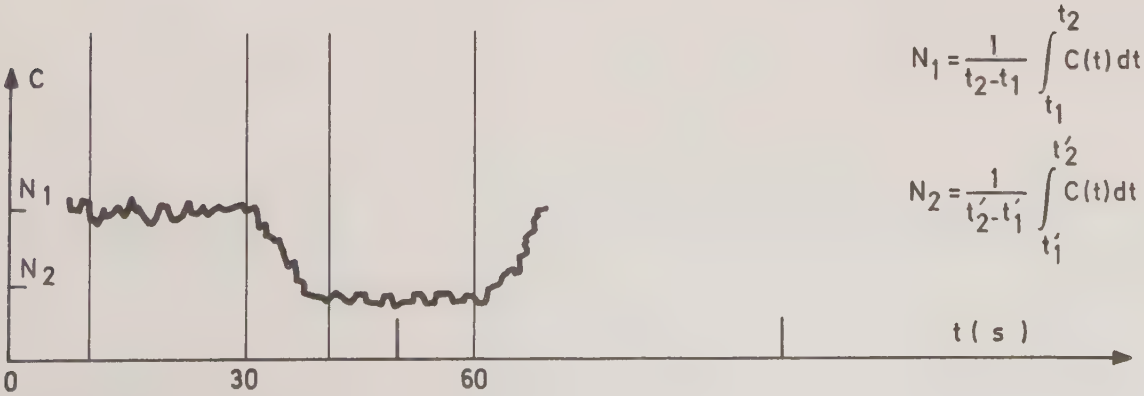



Figure : 3.9 b

$0$ à $t_0$ : 8 secondes - déplacement du train dans un sens (la vitesse du train en fonction du temps est un arche de sinusoïde).

$t_0$ à $t_1$ : 2 secondes - le train est arrêté.

$t_1$ à $t_2$ : 20 secondes - temps de mesure.

$t_2$ à $t'_0$ : 8 secondes - déplacement du train dans l'autre sens.

$t'_0$ à $t'_1$ : 2 secondes - le train est arrêté.

$t'_1$ à $t'_2$ : 20 secondes - temps de mesure.

La durée d'un cycle est donc de 60 secondes.

3.1.3.3. - Description du dispositif de mesure

La variation de réactivité créée par une perturbation est mesurée par le déplacement d'une barre de pilotage automatique [02].

Cette barre assure deux fonctions :

- Elle maintient constant le flux au niveau de la chambre. Pour cela, elle corrige, par ses déplacements, les variations de flux qui lui sont transmises par une chambre de détection diamétralement opposée (figure 3.5).

  Placée à 1,50 m de l'axe de la pile, cette barre ne perturbe ni la zone de mesures ni, a fortiori, la chambre de détection qui la commande. Des expériences ont en effet montré que toute perturbation locale est atténuée de 98 % à 32 cm.

  D'autre part, à cette distance, le niveau de flux est suffisamment élevé pour que le pilote ait une efficacité compatible avec les mesures.

- Elle mesure les variations de réactivité. Ses déplacements sont traduits sur un potentiomètre linéaire en variations de tensions (de 0 à 10 V), lesquelles sont transformées en variations de fréquence (de 0 à 100 kHz) sur un générateur d'impulsions. Le stockage en mémoire de ces impulsions pendant un intervalle de temps $\Delta t$ permet de caractériser la position du pilote.

  Si l'on désigne par C(t) le nombre d'impulsions par unité de temps entrant dans la mémoire au temps t, on aura pour la mesure d'une variation de réactivité entre les deux positions du train [figure 3.9 b] :

$$\Delta\rho = \frac{1}{k} \left[ \int_{t_1}^{t_2} C(t)\, dt - \int_{t_1'}^{t_2'} C(t)\, dt \right]$$

  en supposant que l'on travaille dans la zone de linéarité (variation de réactivité - déplacement) de la barre.

k est une constante que l'on détermine à partir de la formule de Nordheim. Pour cela, le code CHRONOS (voir Annexe A) a été écrit. Il permet de donner une relation entre la réactivité $\rho$ d'une pile et le temps de doublement T de sa population neutronique à partir d'un formalisme multigroupe. Il permet de traiter un réacteur comportant un nombre quelconque de zones et prend en compte la différence d'énergie d'émission entre les neutrons prompts et les neutrons retardés.

Sur la figure 3.10 est représentée la courbe $\rho(T)$ correspondant à la configuration de MARIUS.

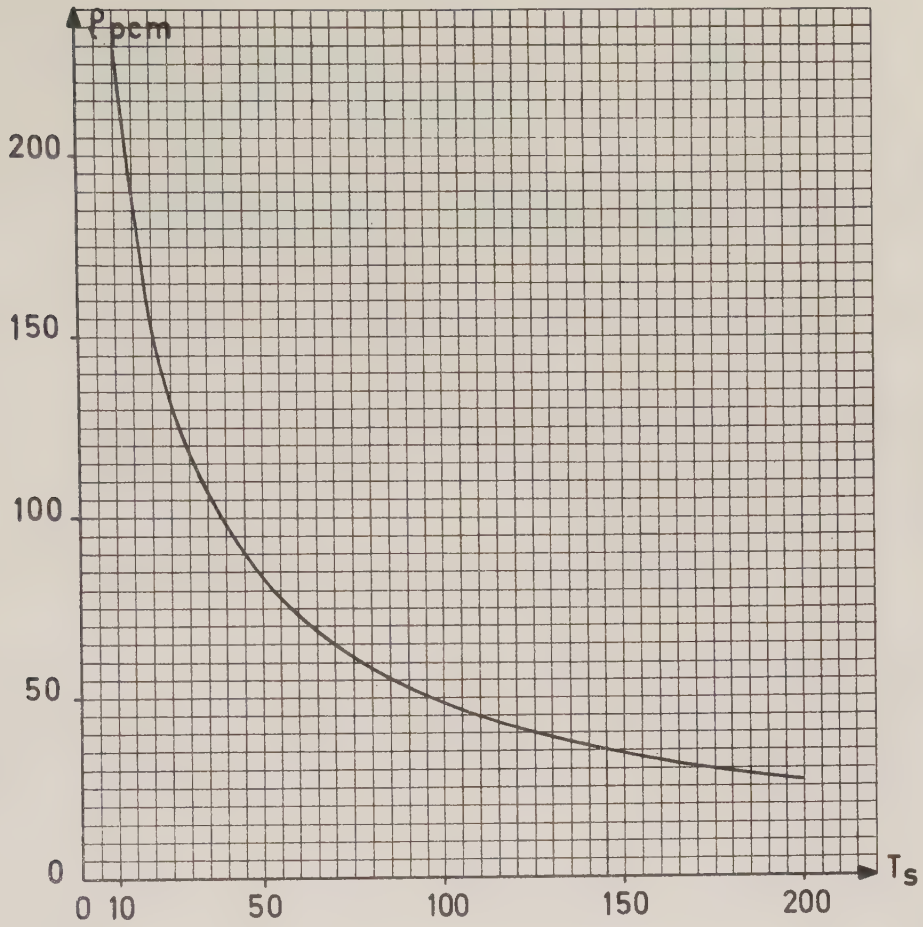



Figure 3.10_Courbe $\rho$ (T)

3.1.3.4. - Précision des mesures

Nous avons vu précédemment que la dérive due aux variations de température et de pression était au maximum de l'ordre de 0,01 p.c.m.

Quant à la fidèlité de la chaîne de détection, y compris la reproductibilité du positionnement du train mobile, nous l'avons testée par répétition d'une même mesure. L'écart moyen observé est de 0,01 p.c.m., ce qui nous conduit à dire que l'erreur absolue sur une mesure est de 0,02 p.c.m. (non compris bien entendu, l'erreur systématique qui est introduite par l'intermédiaire du coefficient k).

## 3.2. - Techniques de mesures et résultats

### 3.2.1. - Contrôle des conditions expérimentales à partir de mesures par détecteurs et chambres à fission

#### 3.2.1.1. - Etablissement du spectre

L'établissement du spectre au centre de la pile ne faisait a priori aucun doute compte tenu de la taille de la zone constituée par le combustible $UO_2S$ (cylindre de 3,60 m de haut sur 1,40 m de diamètre) et du choix des zones tampon et nourricière.

Les calculs prévisionnels faits à partir du code de cellule WIMS [ 13 ] et d'ALCYON [14] (voir annexe B) nous avaient fourni les résultats suivants (tableaux 3.1 et 3.2) sur les rapports $\Phi_1/\Phi_4$, $\Phi_2/\Phi_4$, $\Phi_3/\Phi_4$ avec :

$\Phi_1$ flux moyen entre 821 Ke V et 10 Me V

$\Phi_2$ flux moyen entre 9,118 Ke V et 821 Ke V

$\Phi_3$ flux moyen entre 4 e V et 9,118 Ke V

$\Phi_4$ flux moyen entre 0 e V et 4 e V.

| Z cm | $\Phi_1/\Phi_4$ | $\Phi_2/\Phi_4$ | $\Phi_3/\Phi_4$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| 165 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |

Tableau 3.1 - Répartition axiale des rapports de flux.

| R cm | $\Phi_1/\Phi_4$ | $\Phi_2/\Phi_4$ | $\Phi_3/\Phi_4$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| 5 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| 10 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| 15 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| 20 | 0,153 | 0,406 | 0,536 |
| 25 | 0,152 | 0,405 | 0,536 |
| 30 | 0,152 | 0,405 | 0,537 |
| 35 | 0,151 | 0,404 | 0,537 |
| 40 | 0,151 | 0,404 | 0,538 |
| 45 | 0,150 | 0,403 | 0,540 |
| 50 | 0,148 | 0,403 | 0,542 |
| 55 | 0,146 | 0,403 | 0,545 |
| 60 | 0,144 | 0,405 | 0,549 |
| 65 | 0,140 | 0,407 | 0,555 |
| 125(B3B50) | 0,154 | 0,531 | 0,686 |

Tableau 3.2 - Répartition radiale des rapports de flux.

On remarque dans ces tableaux la bonne stabilité des rapports de flux.

Beaucoup plus parlante que ces rapports de flux est l'évolution des "$B^2$ locaux" (voir annexe B). L'expression est mise entre guillemets car il ne peut y avoir de Laplacien que s'il est constant en espace et en énergie bien entendu. La valeur de "$B^2$ local" en différents points de l'espace, obtenue à partir d'un bilan local renseigne très bien sur la stabilité du spectre.

A titre indicatif, nous avons reporté sur la figure 3.11 l'évolution radiale et axiale du "$B^2$ local" du groupe thermique.

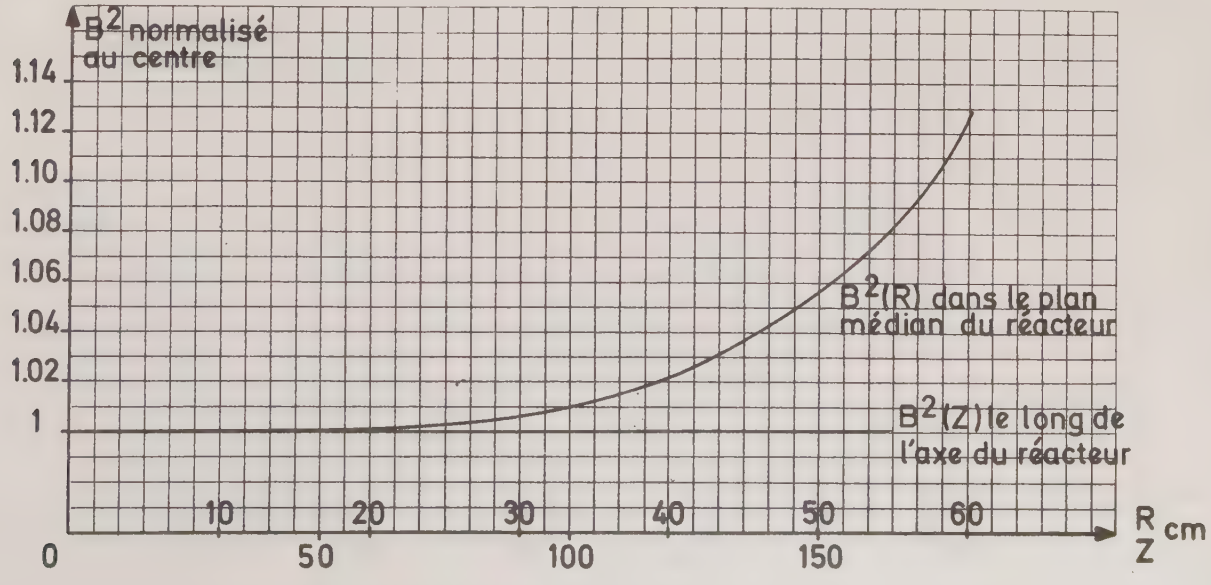



Figure 3.11 "$B^2$ local" calculé

Nous avons voulu contrôler par des mesures tous ces résultats calculés.

Pour cela, des mesures d'indice de spectre ont été faites axialement et radialement.

Sur les figures 3.12 et 3.13 sont représentées les distributions axiale et radiale normalisées au centre du rapport $\mathcal{A}_{Au}/\mathcal{A}_{Au\ sous\ Cd}$ avec :

$\mathcal{A}_{Au}$ : activité du détecteur d'or nu.

$\mathcal{A}_{Au\ sous\ Cd}$ : activité du détecteur d'or sous boîtier de cadmium.

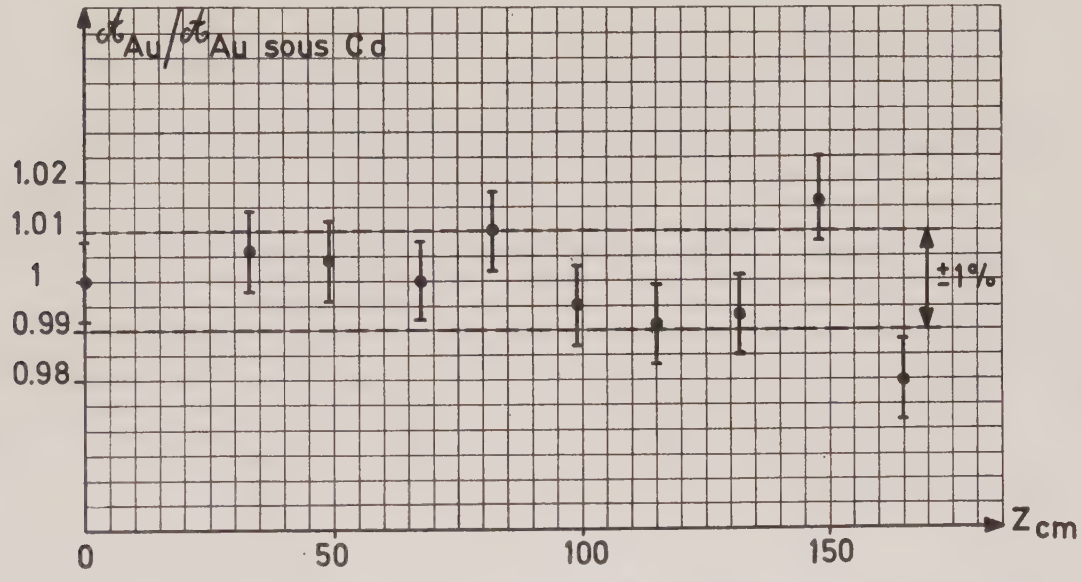



Figure 3.12 Distribution axiale de $\mathcal{A}_{Au}/\mathcal{A}_{Au}$ sous Cd normalisée au centre

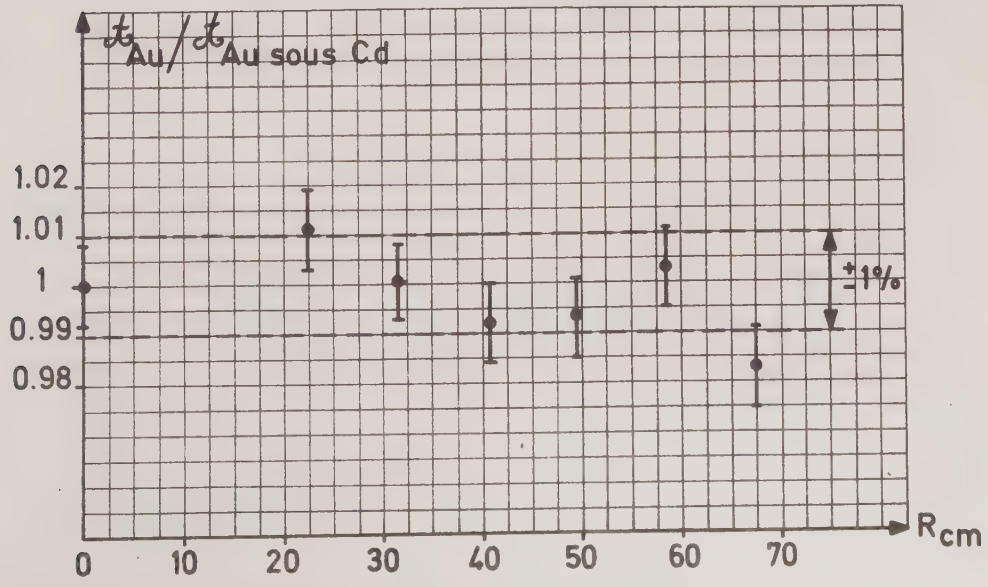



Figure 3.13 Distribution radiale de $\mathcal{A}_{Au}/\mathcal{A}_{Au}$ sous C d normalisée au centre

Sur la figure 3,14, on peut voir la distribution radiale du rapport $\mathcal{F}_{Pu9}/\mathcal{F}_{U5}$ (rapport des fissions du $Pu^{239}$ sur les fissions de l'$U^{235}$).

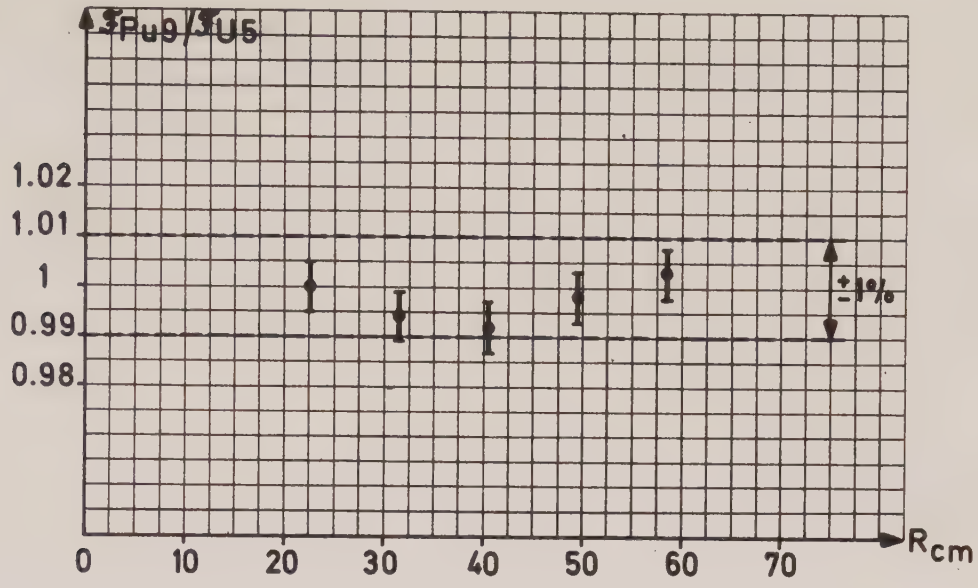



Figure 3.14 Distribution radiale des rapports de fission Pu9, U5

Toutes ces mesures confirment donc nos prévisions (excellente stabilité axiale et bonne stabilité radiale jusqu'à R = 60 cm environ).

3.2.1.2. - Cartes de flux

Une zone aussi grande que celle constituée par le combustible $UO_2S$ étant rarement réalisée, il était bien sûr très tentant d'y faire des cartes de flux afin d'apporter une information supplémentaire (Laplacien) pour la qualification d'APOLLO.

Pour cette raison, nous avons ajouté à nos mesures d'indices de spectre :

- la mesure du Laplacien axial par détecteur à activation (Mn et Au) et par chambres à fissions (isotopes U 235, U 238, Np 237, Pu 239),
- la mesure du Laplacien radial par détecteur (Mn) et par chambre à fission Np 237.

L'idée d'utiliser des détecteurs de sections efficaces très différentes pour les mesures de courbures avait pour but, à l'origine, de voir si la transposition des méthodes utilisées sur les assemblages rapides (combinaison de mesures par détecteurs résonants différents pour retrouver le flux fondamental) apportait quelque chose dans le cas des réseaux à graphite. La stabilité du spectre a été telle que nous n'avons pas eu à nous servir de ces méthodes.

Toutes ces mesures ainsi que leur interprétation sont dans la référence [ 15 ] . Nous donnons juste ici les résultats des mesures faites avec les détecteurs de manganèse (diamètre : 7 mm, épaisseur 1/10 mm).

- Les mesures axiales sont regroupées dans le tableau 3.3 (l'activité des détecteurs est normalisée au centre, les positions des détecteurs sont données à partir du centre de la pile).

| Position (cm) | Activité | Position (cm) | Activité | Position (cm) | Activité |
|---|---|---|---|---|---|
| 173,20 | 0,0988 | 33,00 | 0,9658 | - 45,38 | 0,9360 |
| 165,00 | 0,1707 | 28,88 | 0,9802 | - 49,50 | 0,9228 |
| 156,70 | 0,2408 | 24,75 | 0,9869 | - 57,75 | 0,8950 |
| 148,50 | 0,3081 | 20,63 | 0,9912 | - 66,00 | 0,8602 |
| 140,20 | 0,3764 | 16,50 | 0,9945 | - 74,25 | 0,8267 |
| 132,00 | 0,4404 | 12,38 | 1,0036 | - 82,50 | 0,7800 |
| 123,70 | 0,5013 | 8,25 | 1,0061 | - 90,75 | 0,7353 |
| 115,50 | 0,5600 | 4,13 | 1,0033 | - 99,00 | 0,6863 |
| 107,20 | 0,6197 | 0 | 1,0000 | - 107,25 | 0,6346 |
| 99,00 | 0,6694 | - 4,13 | 1,0016 | - 115,50 | 0,5764 |
| 90,75 | 0,7223 | - 8,25 | 0,9939 | - 123,75 | 0,5192 |
| 82,50 | 0,7670 | - 12,38 | 0,9936 | - 132,00 | 0,4562 |
| 74,25 | 0,8148 | - 16,50 | 0,9879 | - 140,25 | 0,3924 |
| 66,00 | 0,8498 | - 20,63 | 0,9863 | - 148,50 | 0,3264 |
| 57,75 | 0,8862 | - 24,75 | 0,9768 | - 156,75 | 0,2581 |
| 49,50 | 0,9162 | - 28,88 | 0,9758 | - 165,00 | 0,1875 |
| 45,38 | 0,9340 | - 33,00 | 0,9679 | - 173,25 | 0,1177 |
| 41,25 | 0,9451 | - 37,13 | 0,9590 | | |
| 37,13 | 0,9594 | - 41,25 | 0,9501 | | |

Tableau 3.3 - Carte axiale (détecteurs Mn)

- Sur la figure 3.15 sont représentées les positions des détecteurs pour la carte radiale et les valeurs correspondantes se trouvent dans le tableau 3.4.

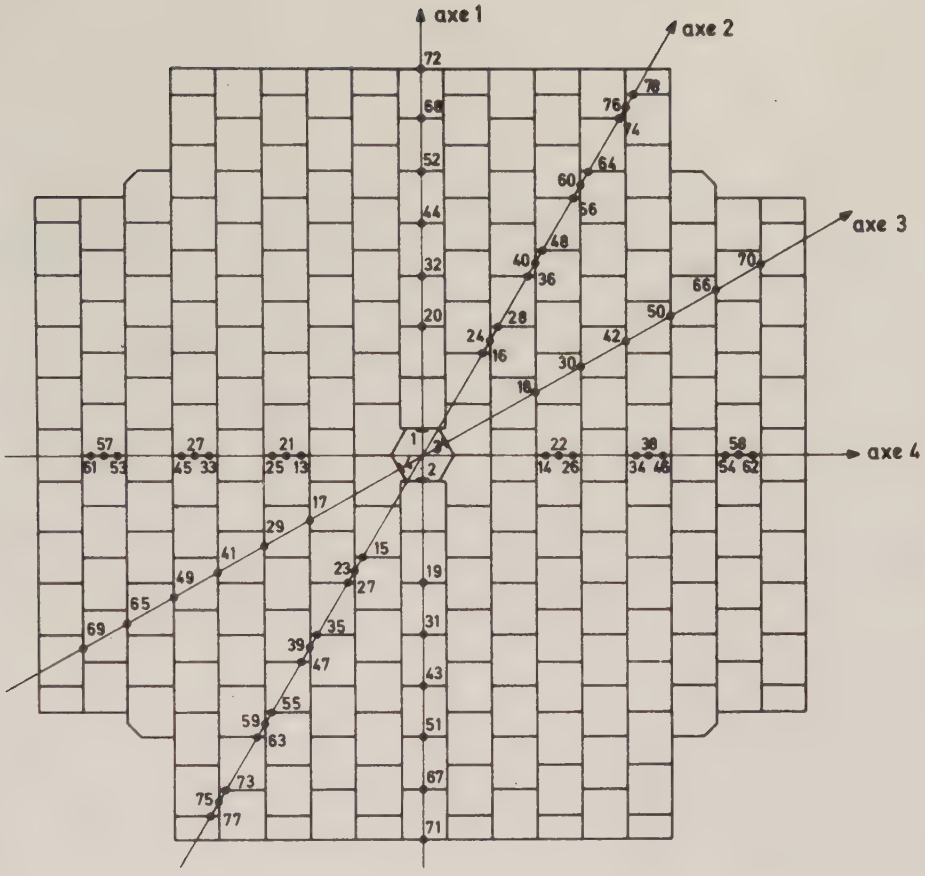



Figure 3.15 _Position des détecteurs pour la carte radiale

| Numéro du canal | Activité | Numéro du canal | Activité | Numéro du canal | Activité |
|---|---|---|---|---|---|
| 78 | 0,7965 | 53 | 0,8641 | 29 | 0,9518 |
| 77 | 0,8033 | 52 | 0,8786 | 28 | 0,9765 |
| 76 | 0,8028 | 51 | 0,8824 | 27 | 0,9717 |
| 75 | 0,8115 | 50 | 0,8834 | 26 | 0,9621 |
| 74 | 0,8160 | 49 | 0,8912 | 25 | 0,9644 |
| 72 | 0,7671 | 48 | 0,9176 | 24 | 0,9722 |
| 71 | 0,7738 | 47 | 0,9272 | 23 | 0,9751 |
| 70 | 0,8034 | 46 | 0,9148 | 22 | 0,9750 |
| 69 | 0,8165 | 45 | 0,9138 | 21 | 0,9664 |
| 68 | 0,8253 | 44 | 0,9140 | 20 | 0,9831 |
| 67 | 0,8367 | 43 | 0,9256 | 19 | 0,9770 |
| 66 | 0,8454 | 42 | 0,9233 | 18 | 0,9722 |
| 64 | 0,8648 | 41 | 0,9362 | 17 | 0,9738 |
| 63 | 0,8738 | 39 | 0,9331 | 16 | 0,9820 |
| 62 | 0,8283 | 38 | 0,9179 | 15 | 0,9797 |
| 61 | 0,8350 | 37 | 0,9249 | 14 | 0,9820 |
| 60 | 0,8705 | 36 | 0,9410 | 13 | 0,9746 |
| 59 | 0,8791 | 35 | 0,9408 | 1 | 0,9998 |
| 58 | 0,8461 | 34 | 0,9301 | 3 | 1,0015 |
| 57 | 0,8491 | 33 | 0,9416 | 4 | 0,9959 |
| 56 | 0,8865 | 32 | 0,9507 | 2 | 1,0000 |
| 55 | 0,8907 | 31 | 0,9566 | | |
| 54 | 0,8583 | 30 | 0,9538 | | |

Tableau 3.4 - Carte radiale (détecteurs Mn)

Du tableau 3,3 et des résultats obtenus à partir des chambres à fission, on tire la valeur de la hauteur extrapolée $H_e$ :

$$\boxed{\frac{H_e}{2} = 185,5 \pm 0,5 \text{ cm}}$$

d'où :

$$B_Z^2 = \frac{\Pi^2}{H_e^2} = 0,717 \pm 0,004 \text{ m}^{-2}.$$

A partir des valeurs du tableau 3.4 et d'un ALCYON passé en géométrie XY, on peut tracer la droite de régression ( $[R_e(\theta)]_{exp}$ , $[R_e(\theta)]_{cal}$) où $\theta$ est l'azimut des axes de mesure. On en déduit :

$$\boxed{R_e = 172,9 \pm 1,7 \text{ cm}}$$

d'où :

$$B_R^2 = 1,935 \pm 0,038 \text{ m}^{-2}$$

Le $B^2$ total est donc :

$$\boxed{B^2 = 2,65 \pm 0,04 \text{ m}^{-2}.}$$

### 3.2.2. - Empoisonnement progressif du combustible $UO_2S$

La composition exacte du train mobile est rappelée sur la figure 3.16.

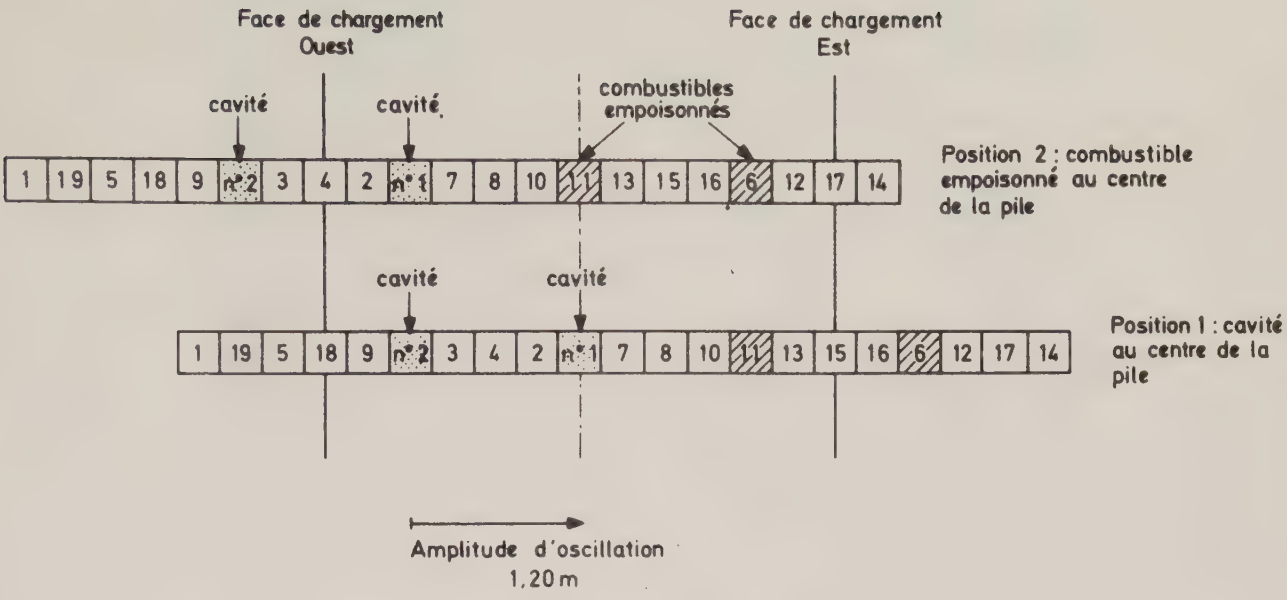



**Figure 3.16 Composition du train mobile**

Le fil de vanadium (diamètre : 0,35 mm) est enroulé régulièrement sur la gaine des éléments n° 6 et 11. Les masses de vanadium sont déterminées au mg près et les quantités de poison sur les éléments 6 et 11 sont toujours égales.

Dans le tableau 3.5. et sur la figure 3.17 sont reportés les résultats obtenus.

| Masse de vanadium autour du combustible (g) | $\Delta\rho_{(p.c.m.)}$ entre - combustible empoisonné au centre de la pile - cavité au centre de la pile |
|---|---|
| 0 | 14,46 |
| 4,221 | 13,62 |
| 8,422 | 12,65 |
| 12,660 | 11,73 |
| 25,397 | 8,96 |
| 50,741 | 3,44 |
| 67,665 | - 0,13 |

Tableau 3.5

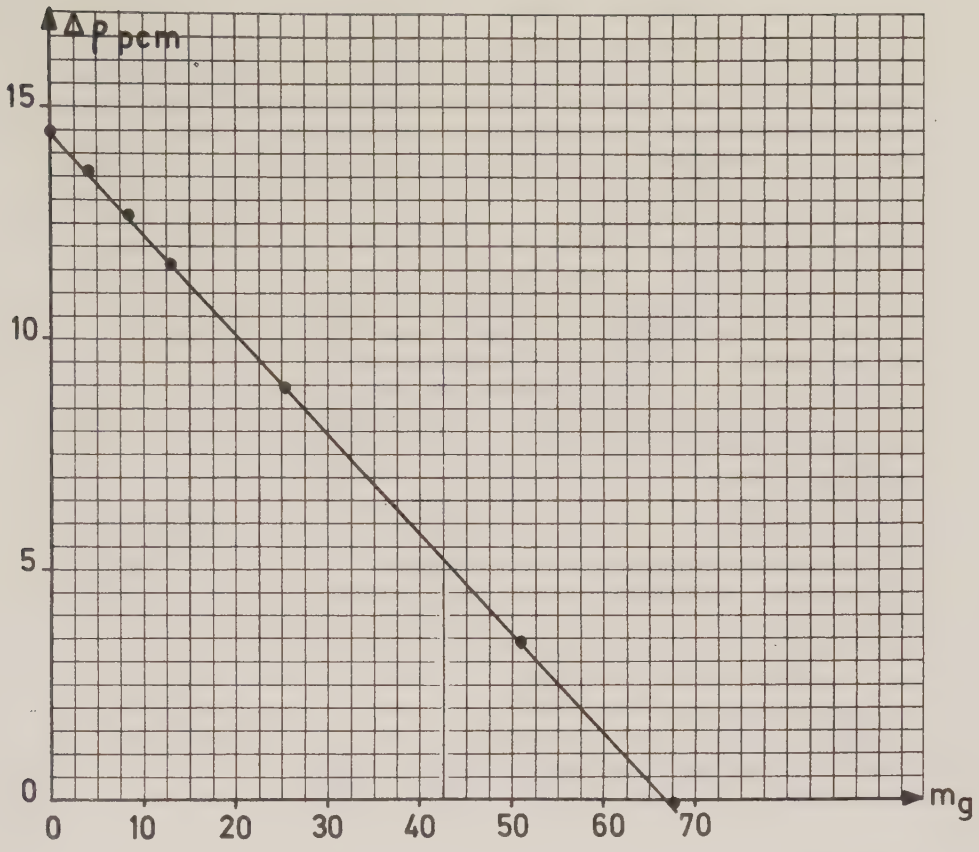



**Figure 3.17 Δρ = f ( Masse de poison autour du combustible )**

On remarque la très bonne linéarité de la fonction Δρ = f(masse de poison), cette linéarité s'étendant quasiment jusqu'à la masse de poison donnant un Δρ = 0. Ceci est très intéressant car la détermination de la pente sera très précise.

D'autre part, ayant poussé les mesures jusqu'à une variation de réactivité nulle entre combustible empoisonné et cavité, on pourra comparer les résultats obtenus à partir de la méthode à empoisonnement progressif avec celle à Δρ = 0 (qui n'est pas une méthode PCTR au sens strict du terme mais qui en est cependant voisine)

### 3.2.3. - Mesure de l'effet de matérialisation de la cavité

#### 3.2.3.1. - Effet du magnésium

Afin que le train soit rigide, la cavité est matérialisée sous la forme d'un tube de magnésium de 30 cm de long et de 1 mm d'épaisseur (figure 3.18).

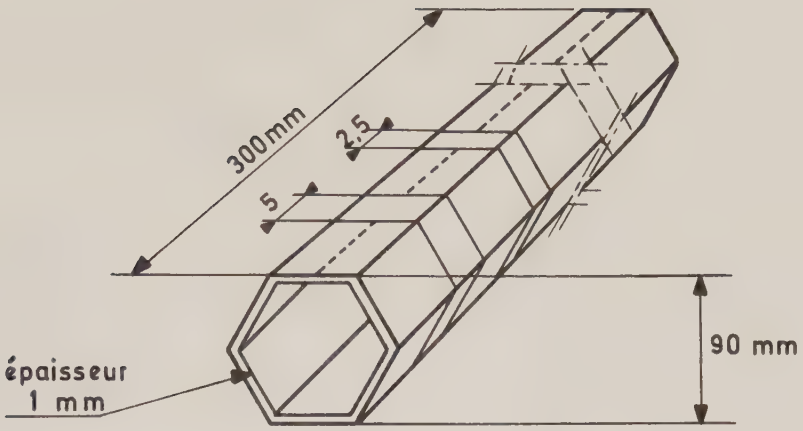



Figure 3.18 Schéma de la cavité

Cette quantité de magnésium dans la cavité (167,234 g) nous conduit à introduire une masse suplémentaire $m_1$ de vanadium autour du combustible pour la compenser.

Afin de déterminer la masse $m_1$ expérimentalement, ou ce qui revient au même la variation de réactivité $\delta\rho_1'$ introduite, nous pouvons ajouter à la cavité différentes masses de magnésium (tirées de la même feuille) et dans le cas d'une bonne linéarité ($\Delta\rho$, masse de magnésium dans la cavité) obtenir par extrapolation à une masse nulle la réactivité que l'on aurait eue en l'absence de matérialisation.

On peut présenter les choses un peu différemment et dire que cette expérience fournit une correspondance (magnésium - vanadium). On a alors utilisé une expérience du type H.T.L.T.R. (interprétation à partir du rapport des coefficients de réactivité du combustible non-empoisonné et d'une cavité contenant un poison - [ Voir Annexe C ] ).

L'expérience a été faite dans une configuration de pile qui n'était pas exactement celle de l'expérience à empoisonnement progressif. Afin de pouvoir se ramener aux mêmes conditions, nous avons fait une

mesure sans ajout de magnésium à la cavité (nous avons obtenu un $\Delta\rho$ de 14,03 p.c.m. au lieu de 14,46 p.c.m.). Les variations de réactivités brutes $\Delta\rho'$ obtenues sont donc à multiplier par un coefficient :

$$\alpha = \frac{14,46}{14,03} = 1,0306$$

Les résultats sont rassemblés dans le tableau 3.6 et sur la figure 3.19.

| Masse de Mg ajoutée (g) | $\Delta\rho'$ p.c.m. | $\Delta\rho = \alpha\,\Delta\rho'$ p.c.m. |
|---|---|---|
| 0 | 14,03 | 14,46 |
| 44,135 | 14,47 | 14,91 |
| 88,262 | 14,84 | 15,29 |
| 132,686 | 15,28 | 15,75 |

Tableau 3.6

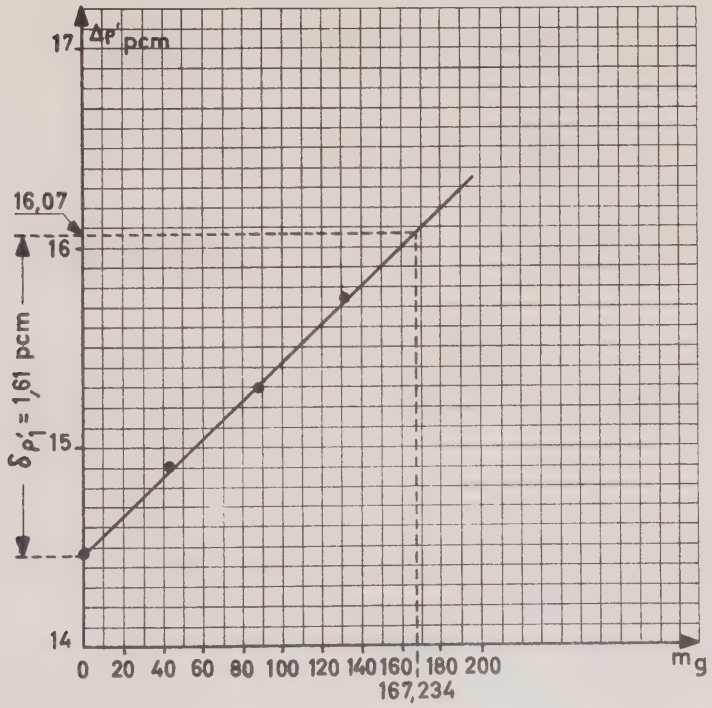



Figure 3.19 Variation de la perturbation en réactivité

On en tire :

$$\delta\rho'_1 = 1,61 \pm 0,02 \text{ p.c.m.}$$

3.2.3.2. - Effet de l'air

La cavité contient de l'air à la pression atmosphérique. Sa présence nous oblige à la compenser en introduisant une masse $m_2$ de poison supplémentaire autour du combustible (ou ce qui revient au même la présence de l'air dans la cavité introduit une antiréactivité $\Delta\rho$ que l'on doit compenser).

Pour mesurer cet effet[16], on introduit au centre de la pile (à la place de la cavité) un container de magnésium étanche dans lequel on fait varier la pression effective de l'air. Les variations de réactivité occasionnées par les variations de pression sont mesurées à partir de la barre de pilotage automatique (on réalise une expérience de perturbation sous sa forme la plus pure puisqu'elle est faite sans mouvement). Cette expérience a été faite au cours de la campagne PCTR sur un réseau RHT dans Marius III [02]. Nous ne l'avons pas renouvelée pour le réseau $UO_2S$; l'expérience et le calcul (théorie de la perturbation au 1er ordre) ayant été en parfait accord.

Cet effet est ici :

$$\boxed{\delta\rho_1'' = 0{,}60 \pm 0{,}02 \text{ p.c.m.}} \quad *$$

3.2.4. - Effet des hétérogénéités axiales

L'effet des hétérogénéités axiales du train mobile a été déterminé à partir de la droite de régression ($\Delta\rho^{cal}_{h.a.}$, $\Delta\rho^{exp}_{h.a.}$).

$\Delta\rho^{cal}_{h.a.}$ est la variation de réactivité due aux hétérogénéités axiales calculée par ALCYON (voir Annexe G) en théorie de la perturbation au 1er ordre.

$\Delta\rho^{exp}_{h.a.}$ est la même quantité mais obtenue expérimentalement.

Trois expériences ont été réalisées (voir figure 3.20).

---

* $\delta\rho_1''$ = effet de l'air mesuré dans l'expérience PCTR $\times \dfrac{\left\{ \int_{\text{cavité}} \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a \Phi_i \Phi_i^+ \, dV/I_p \right\}}{\left\{ \int_{\text{cavité}} \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a \Phi_i \Phi_i^+ \, dV/I_p \right\}}$ expérience empoisonnement progressif / expérience PCTR

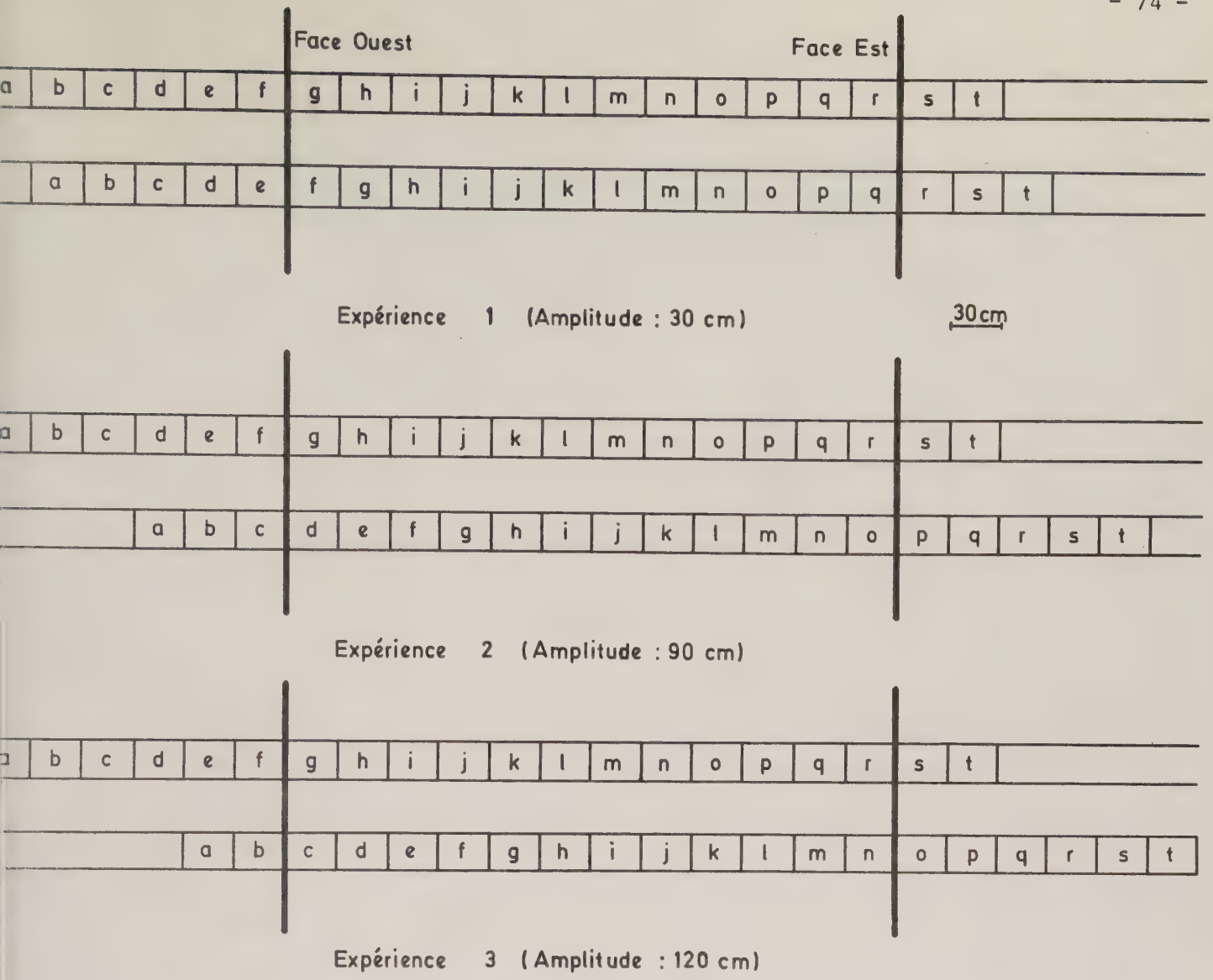



Figure 3.20

Elles correspondent à des amplitudes d'oscillation de 30 cm, 90 cm et 120 cm.

Les caractéristiques des éléments composant le train sont reportées dans le Tableau 3.7.

| Numéro de l'élément | Masse de graphite (g.) | Masse du crayon $UO_2$ (gaine Alu comprise) (g.) | Masse des centreurs (g.) |
|---|---|---|---|
| a | 2014 | 138,2 | 26,6 |
| b | 2039 | 138,8 | 27,1 |
| c | 2018 | 138,8 | 26,6 |
| d | 2035 | 139,0 | 26,1 |
| e | 2020 | 138,0 | 27,0 |
| f | 2033 | 138,8 | 27,4 |
| g | 2025 | 138,3 | 26,7 |
| h | 2028 | 138,8 | 27,0 |
| i | 2026 | 138,8 | 27,0 |
| j | 2027 | 138,8 | 27,1 |
| k | 2028 | 138,8 | 27,3 |

| Numéro de l'élément | Masse de graphite (g.) | Masse du crayon $UO_2$ (gaine Alu comprise) (g.) | Masse des centreurs (g.) |
|---|---|---|---|
| l | 2025 | 138,8 | 26,9 |
| m | 2032 | 138,8 | 27,2 |
| n | 2024 | 138,3 | 26,5 |
| o | 2035 | 138,8 | 26,4 |
| p | 2019 | 138,2 | 26,4 |
| q | 2036 | 138,8 | 26,0 |
| r | 2017 | 138,8 | 27,1 |
| s | 2042 | 138,8 | 26,2 |
| t | 2009 | 138,0 | 26,6 |

Tableau 3.7

Nous supposons toujours dans la détermination des variations de réactivité calculées que la qualité des divers composants des éléments combustible est constante et que seule la quantité de chaque composant peut varier d'un élément à un autre.

Les résultats expérimentaux et calculés sont reportés dans le tableau 3.8.

| Amplitude de l'oscillation (cm) | $\Delta\rho^{exp}_{h.a.}$ p.c.m. | $\Delta\rho^{cal}_{h.a.}$ p.c.m. |
|---|---|---|
| 30 | 0,02 ± 0,02 | 0,04 |
| 90 | 0,10 ± 0,02 | 0,10 |
| 120 | 0,10 ± 0,02 | 0,10 |

Tableau 3.8

La droite de régression se confond donc avec la première bissectrice. A partir de cette droite, on va pouvoir déterminer facilement quel est l'effet des hétérogénéités axiales lors de l'expérience par la méthode de l'empoisonnement progressif. Les caractéristiques exactes des éléments du train sont reportées dans le tableau 3.9. Les numéros des éléments sont ceux de la figure 3.16 (les masses de graphite ont toutes été ramenées à 2017 g. et les masses de centreurs à 26,8 g.).

| Numéro de l'élément | Masse du crayon $UO_2$ (gaine Alu comprise) (g.) | Numéro de l'élément | Masse du crayon $UO_2$ (gaine Alu comprise) (g.) |
|---|---|---|---|
| 1 | 138,2 | 10 | 138,8 |
| 19 | 139,5 | 11 | 138,8 |
| 5 | 138,0 | 13 | 138,8 |
| 18 | 138,8 | 15 | 138,5 |
| 9 | 138,3 | 16 | 139,5 |
| 3 | 138,8 | 6 | 138,2 |
| 4 | 139,0 | 12 | 138,3 |
| 2 | 138,8 | 17 | 140,0 |
| 7 | 138,8 | 14 | 138,0 |
| 8 | 138,8 | | |
| Cavité n° 2 masse de magnésium : 167,22 g. | | | |
| Cavité n° 1 masse de magnésium : 167,23 g. | | | |

Tableau 3.9

Compte tenu d'une amplitude d'oscillation de 1,20 m, l'effet des hétérogénéités axiales est :

$$\delta\rho_2 = 0{,}04 \pm 0{,}02 \text{ p.c.m.}$$

Cette correction est très faible grâce aux très grandes précautions qui ont été prises pour le choix des éléments composant le train.

3.2.5. - Effet des neutrons retardés

Aucun effet n'a pu être mis en évidence expérimentalement, contrairement à ce qui s'était passé dans l'expérience PCTR sur le réseau RHT à 1 % d'enrichissement [ 02 ]. Ceci résulte du choix de l'oscillation d'un train complet dans la méthode de l'empoisonnement progressif comparée à l'oscillation d'un demi-train dans l'expérience PCTR.

Considérons en effet (Figure 3.21) un réacteur contenant un train mobile homogène ; le flux est supposé être symétrique par rapport à l'axe Z Z' du réacteur.

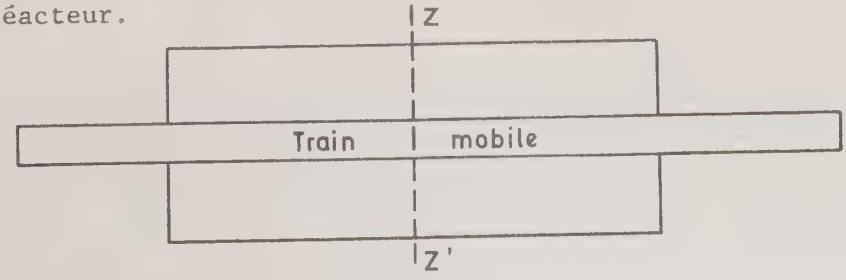



Figure 3.21

Par raison de symétrie, la variation de réactivité au cours du temps a, lors de l'oscillation du train, une allure telle que celle qui est représentée sur la figure 3.22.

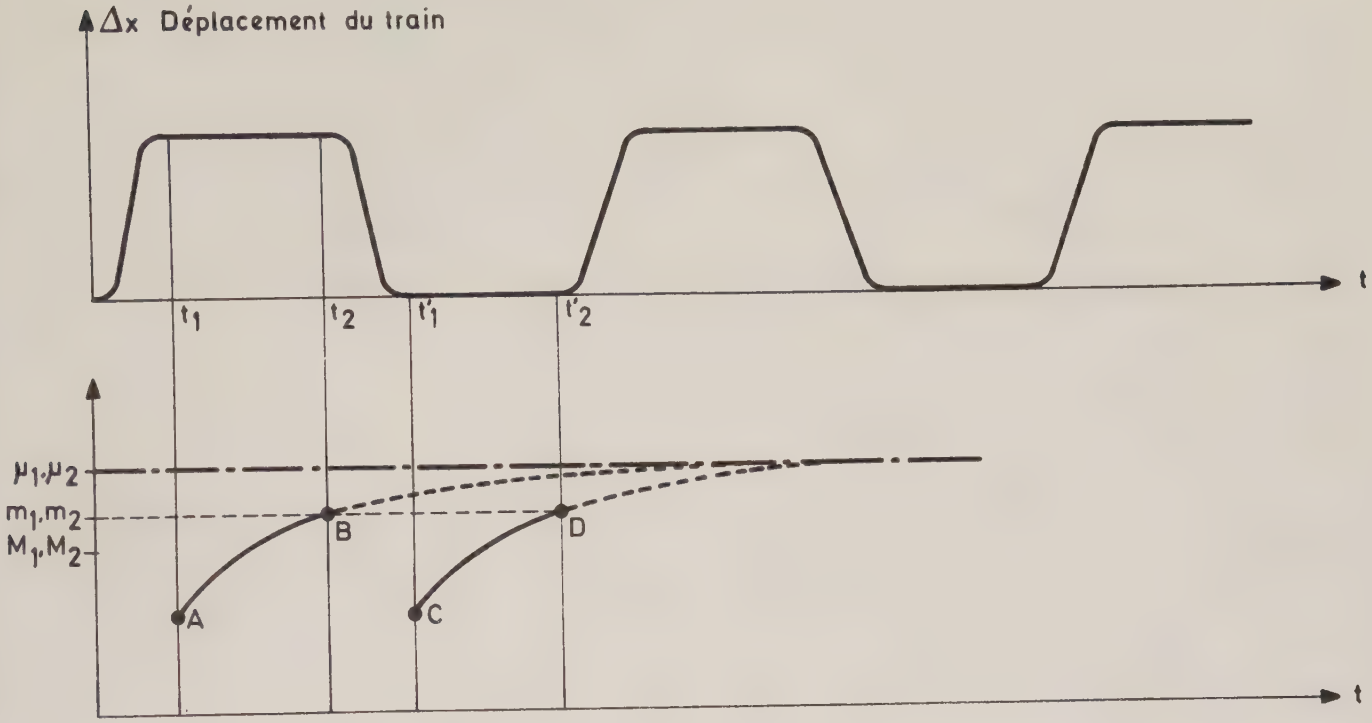



Figure 3.22

L'effet des neutrons retardés est donc nul puisque

$$M_1 - M_2 = \mu_1 - \mu_2.$$

Ménageons maintenant dans ce train mobile une cavité de longueur ℓ (figure 3.23).

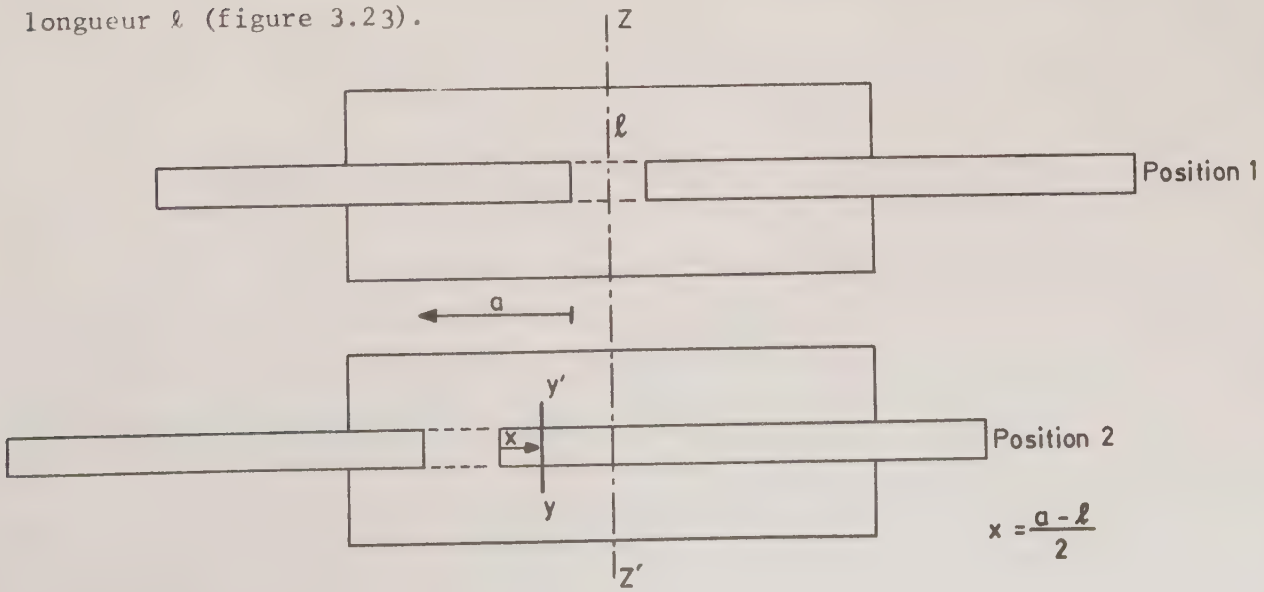



Figure 3.23

Si nous supposons le flux dans le réacteur symétrique par rapport à l'axe Z Z' et monotone décroissant du centre vers la périphérie, lors du passage de la position 1 à la position 2, la partie du train à gauche de la cavité va donner une variation de réactivité telle que celle qui est représentée sur la figure 3.24.

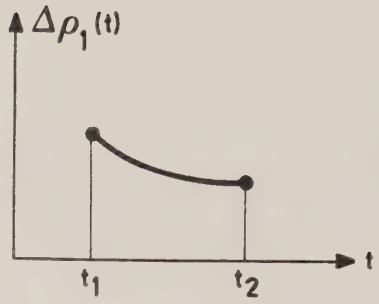



Figure 3.24

La partie du train mobile qui est à droite de Y Y' donnera une variation de réactivité représentée sur la figure 3.25.

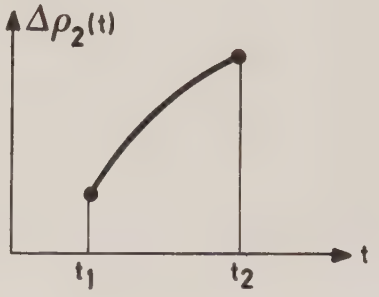



Figure 3.25

Enfin, la partie du train mobile comprise entre la cavité et Y Y' donnera une variation de réactivité telle que celle qui est représentée sur la figure 3.26.

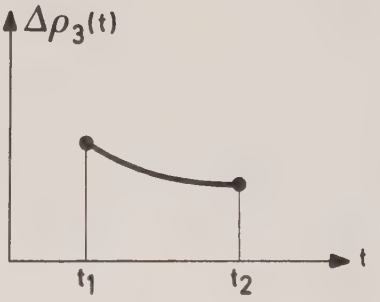



Figure 3.26

La valeur globale de la variation de réactivité est donc :

$$\Delta\rho(t) = \Delta\rho_1(t) + \Delta\rho_2(t) + \Delta\rho_3(t)$$

Elle pourra donc selon les "poids" des différentes parties être croissante ou décroissante (on ne tient pas compte ici de $\Delta\rho_o$ : variation de réactivité due au déplacement de la cavité ; celle-ci ne dépend pas du temps en position stabilisée).

Dans le passage de la position 2 à la position 1, on aura :

- une fonction croissante pour le demi-train gauche (figure 3.27),

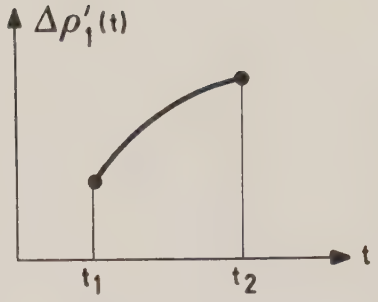



Figure 3.27

- une fonction croissante pour la partie du train comprise entre la cavité et l'axe Y Y' (figure 3.28),

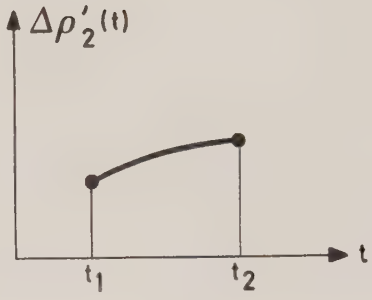



Figure 3.28

- une fonction décroissante pour la partie du train mobile qui se trouve à droite de Y Y' (figure 3.29).

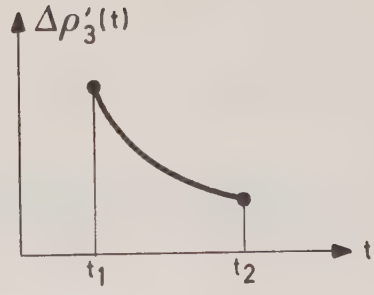



Figure 3.29

La valeur globale est cette fois :

$$\Delta\rho'(t) = \Delta\rho'_1(t) + \Delta\rho'_2(t) + \Delta\rho'_3(t)$$

Cette fonction peut être croissante ou décroissante suivant les valeurs "poids" des différentes parties. Ces poids ne sont plus les mêmes que dans le cas du passage de la position 1 à la position 2.

C'est la combinaison de $\Delta\rho(t)$ et de $\Delta\rho'(t)$ qui donne "l'effet de neutrons retardés". Un calcul, fait en théorie de la diffusion à 4 groupes, comme indiqué dans l'annexe H a confirmé l'expérience. L'effet calculé est inférieur à 0,005 p.c.m. ; il est donc "noyé" dans le bruit de fond.

### 3.2.6. - Effet de l'accroissement des fuites par création d'une cavité dans le réacteur

Une expérience très complète a été faite dans le réseau $UO_2S$ pour déterminer le coefficient de diffusion effectif d'une cavité en fonction de sa longueur. Trois poisons ont été utilisés : le plomb, le bismuth et un eutectique plomb - bismuth (56,3 % Bi ; 43,7 % Pb). Le détail de cette expérience et la théorie sur le coefficient de diffusion effectif d'une cavité se trouvent dans la référence [ 12 ]. Nous allons simplement donner ici les résultats correspondant à une cavité de 30 cm.

#### 3.2.6.1. - Réalisation de l'expérience

Le train mobile ayant la constitution représentée sur la figure 3.30, on trace la variation de réactivité obtenue par oscillation lorsque l'échantillon de métal occupe les diverses positions possibles entre le centre du réacteur et sa frontière (figure 3.31).

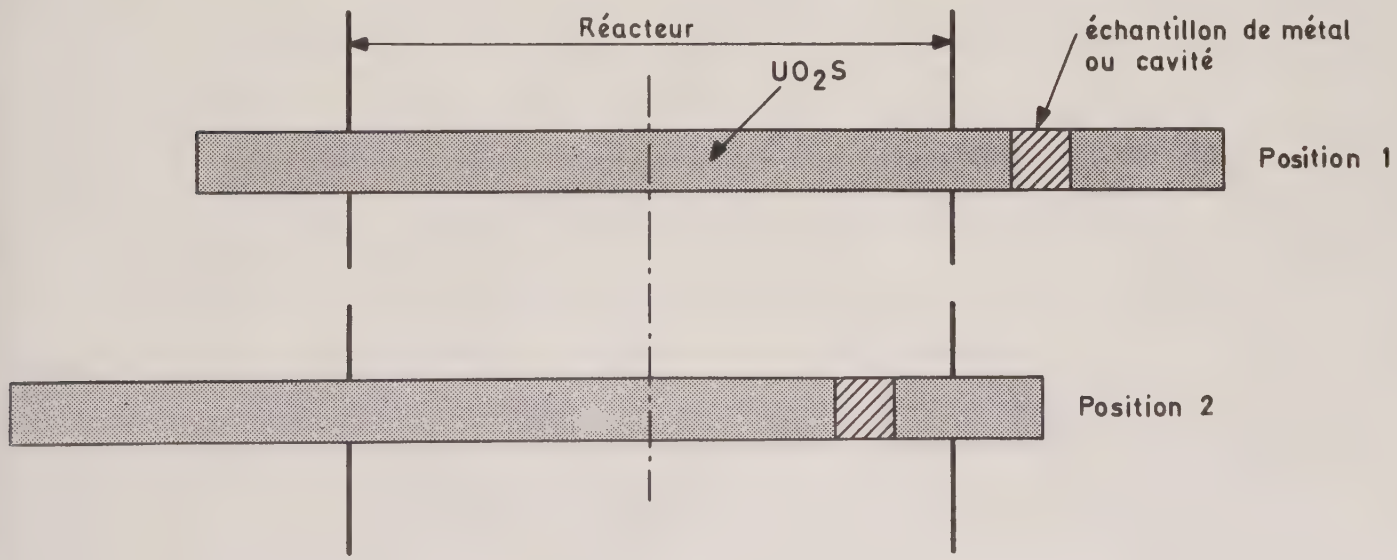



Figure 3.30

On recommence ensuite en remplaçant l'échantillon de métal par une cavité de même longueur. En reportant les deux courbes sur un même graphique (figure 3.31) on obtient à leur intersection, le point neutre cherché. Cette méthode "en deux temps", élimine d'autre part tout problème d'hétérogénéités axiales puisque celles-ci disparaissent par différence.

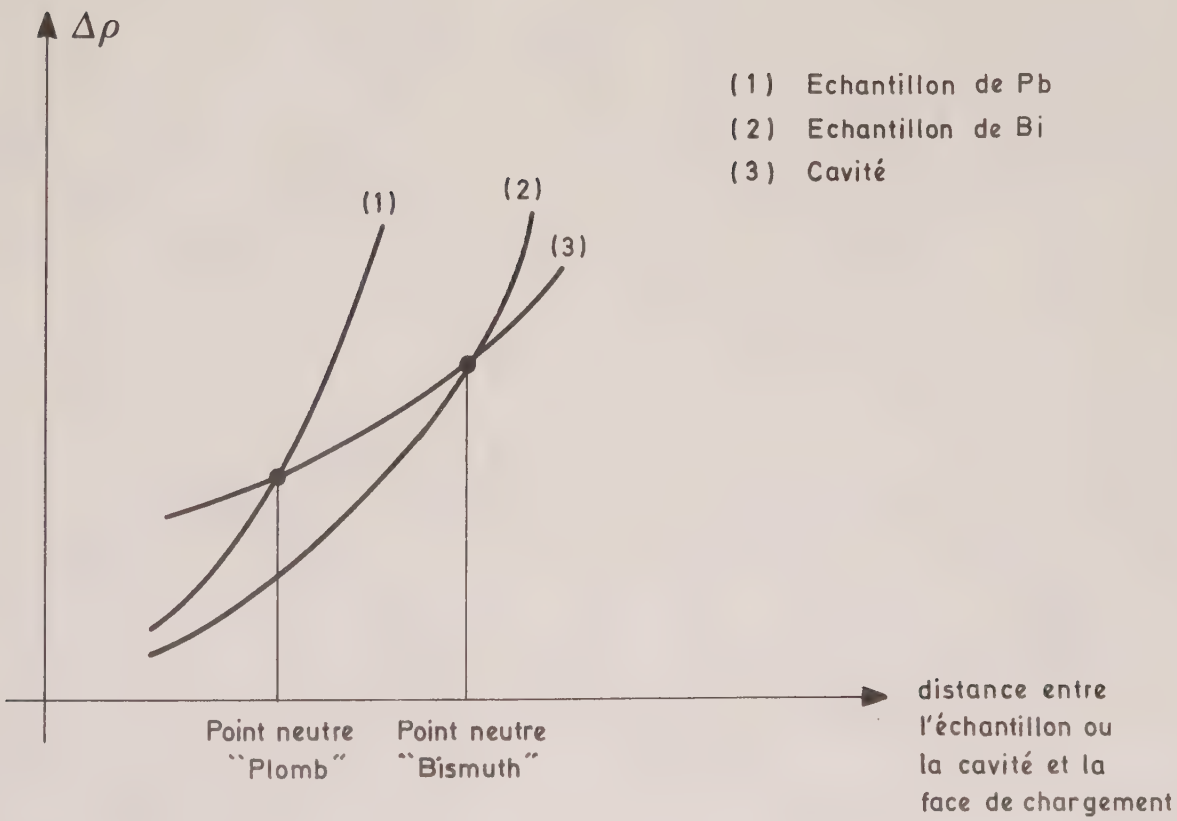



Figure 3.31

### 3.2.6.2. - Echantillons de métal et cavité

Les diamètres internes des échantillons de métal ont été calculés afin que leurs coefficients de diffusion soient égaux à celui du combustible environnant afin d'éviter toute perturbation [ 17 ].

L'effet du boîtier matérialisant la cavité est éliminé car la même quantité de magnésium se trouve dans les échantillons de métal et dans la cavité (figure 3.32).

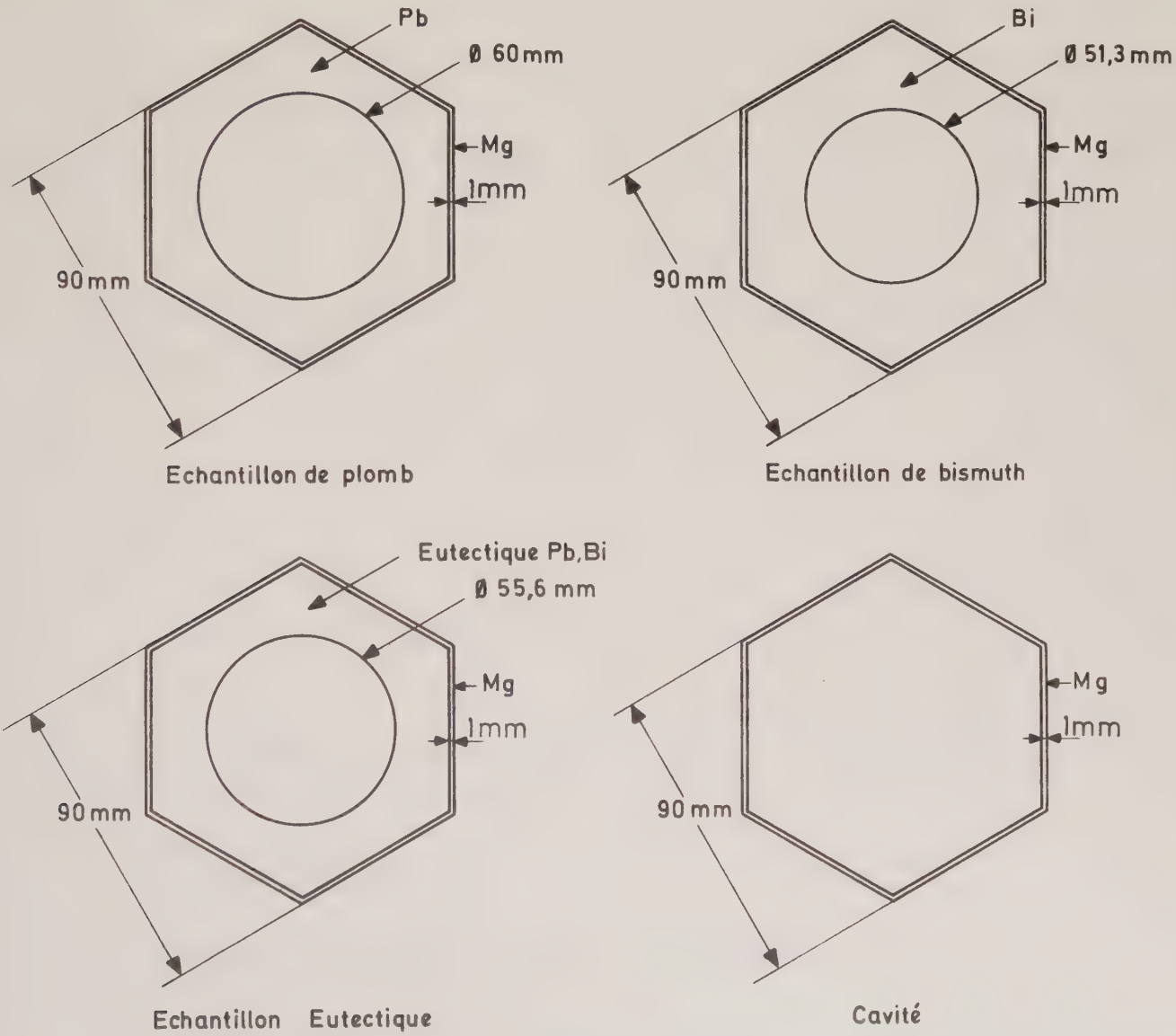



Figure 3.32

3.2.6.3. - Résultats expérimentaux

Pour une cavité de 30 cm, le point neutre se trouve :

- à 42,5 cm pour l'échantillon de plomb,
- à 88 cm pour l'échantillon de bismuth,
- à 57,5 cm pour l'échantillon en eutectique Pb - Bi.

(les distances sont prises depuis la face de chargement et correspondent au centre de l'échantillon).

D'autre part, l'antiréactivité créée par un échantillon de 10 cm de plomb au centre de la pile est de 12,61 p.c.m. et celle d'un échantillon de même longueur en bismuth est de 6,34 p.c.m. (ces valeurs ont été mesurées). Pour l'échantillon correspondant à la cavité (boîtier de magnésium) l'antiréactivité est de 4,88 p.c.m (substitution combustible-cavité)

La substitution au centre de la pile d'un échantillon de plomb de 10 cm de long à une cavité de même longueur se traduit par une variation de réactivité de :

$$12,61 - 4,88 = 7,73 \text{ p.c.m.}$$

Pour l'échantillon de bismuth, cette variation est :

$$6,34 - 4,88 = 1,46 \text{ p.c.m.}$$

Sachant que le flux est en cosinus (mesures par détecteurs et chambres à fission), on peut déduire l'effet en réactivité d'un échantillon de 10 cm au point neutre. On a :

Echantillon de plomb : $7,73 \times 0,23 = 1,78$ p.c.m.

Echantillon de bismuth : $1,46 \times 0,60 = 0,88$ p.c.m.

Sachant maintenant que l'effet de l'accroissement

des fuites est une fonction du gradient, on peut :

- d'une part, vérifier la cohérence des résultats obtenus à partir du plomb et du bismuth ;

- d'autre part, rechercher jusqu'à quelle distance du centre l'effet est sensible.

L'effet d'accroissement des fuites à 88 cm mesuré à partir du plomb serait de :

$$1{,}78 \times \left[\frac{0{,}77}{0{,}4}\right]^{-1} = 0{,}92 \text{ p.c.m.}$$

Si nous prenons, en conséquence, une valeur moyenne de 0,9 p.c.m. à une distance de 88 cm, l'effet tombe dans la limite du bruit de fond lorsque la cavité est centrée.

Ceci n'est pas étonnant car la cavité est très petite (30 cm de long et 4,72 cm de rayon équivalent). Mais un tel effet doit être pris en compte dans le cas d'une expérience telle que celle faite dans HTLTR (voir annexe F) où la cavité est nettement plus grande (parallèlépipède rectangle de 60 cm de long sur 18,8 cm de côté).

Remarque :

L'effet de "surfaces découvertes" [02] , estimé à partir de l'expérience PCTR faite sur le combustible RHT à 1 % d'enrichissement, fait apparaître une correction en réactivité très inférieure à celle introduite par l'incertitude sur les sections efficaces du vanadium. En conséquence, cette correction n'a pas été prise en compte.

# 4ème PARTIE

## INTERPRETATION

Un certain nombre d'informations sur le réseau $UO_2S$ ont été obtenues expérimentalement :

- Les cartes de flux donnent le laplacien du réseau.

- L'empoisonnement du combustible, donnant un $\Delta\rho = 0$ entre "cas vide" et "cas plein", fournit le résultat expérimental ( [02] et Annexe D) :

$$k^+ = 1$$

- Le chargement critique de la pile peut fournir lui aussi une information intéressante car le poids du réseau $UO_2S$ est important (plus de 40 %).

- Le coefficient de réactivité du vanadium permet un étalonnage en réactivité. Si on fait l'hypothèse que l'intégrale de normalisation est bien calculée (la pile ne contenant dans notre cas particulier que des combustibles déjà "testés"), on peut déduire du coefficient de réactivité du vanadium le $\beta_{eff}$ expérimental de la pile. L'information que l'on peut tirer sur le réseau $UO_2S$ est bien entendu la même que celle obtenue par la méthode de l'empoisonnement progressif puisqu'il s'agit simplement d'interpréter les mêmes résultats de deux manières différentes.

- L'empoisonnement progressif du combustible permet, en toute généralité, la comparaison des coefficients de réactivité calculés et expérimentaux par élimination des problèmes liés à l'intégrale de normalisation et à la mesure absolue d'une réactivité.

.
. .

L'interprétation des expériences est faite avec les codes :

APOLLO [08] qui résout l'équation du transport discrétisée en espace et en énergie par les probabilités de collision (voir paragraphe 2.4.). Ce code est qualifié par M. REUSS [18] et est utilisé pour les calculs de cellules.

L'ajustement de ce code est le suivant :

- Changement de la normalisation des sections efficaces de l'U235 dans

le domaine thermique :

$\sigma_{a_5}$ est multiplié par 1,0039,

$\nu\sigma_{f_5}$ est multiplié par 1,01012,

$\sigma_{f_5}$ est multiplié par 1,01012.

- Diminution de l'intégrale effective de résonance de l'U238 ($I_{eff}$ 8) :

$\sigma_{c_8}$ est diminué de 0,136 b pour la filière UNGG,

$\sigma_{c_8}$ est diminué de 0,110 b pour la filière RHT.

- Choix du carbone de la bande ENDF/B 3.

ALCYON ( [14] et Annexe B) pour les calculs de pile et les calculs en théorie de la perturbation. Les calculs sont faits en théorie de la diffusion multigroupe.

CHRONOS ( [19] et Annexe A) pour la formule de Nordheim dans un réacteur multizone et la recherche de $\beta_{eff}$.

•

• •

L'importance du vanadium dans l'interprétation nous a conduit à une étude détaillée de ce corps (examen des résultats obtenus à l'étranger, mesure de la capture apparente dans ZOE, détermination des facteurs d'autoprotection, analyse isotopique).

## 4.1. - CARACTERISTIQUES DU POISON EMPLOYE

### 4.1.1. - Analyse isotopique

Le poison que nous avons employé est un fil de vanadium de 0,35 mm de diamètre.

L'analyse isotopique de ce poison par spectrographie de masse à étincelle a donné les résultats figurant dans le tableau 4.1.

| Type de l'impureté | Quantité en µg/g de V | Type de l'impureté | Quantité en µg/g de V | Type de l'impureté | Quantité en µg/g de V |
|---|---|---|---|---|---|
| B | 1 | Sr | < 0,1 | Tb | < 0,1 |
| Na | 2 | Y | < 0,1 | Dy | < 0,1 |
| Mg | 1,5 | Zr | 3 | Ho | < 0,1 |
| Al | 450 | Nb | 8 | Er | < 0,1 |
| Si | 1800 | Mo | 500 | Tm | < 0,1 |
| P | 15 | Ru | < 0,1 | Yb | < 0,1 |
| S | 0,4 | Rh | < 0,1 | Lu | < 0,1 |
| K | < 0,1 | Pd | < 0,1 | HF | < 0,1 |
| Ca | 0,4 | Ag | < 0,1 | Ta | < 1 |
| Sc | 0,5 | Cd | 0,9 | W | < 0,1 |
| Ti | 2,5 | In | < 0,1 | Re | < 0,1 |
| Cr | 30 | Sn | < 0,1 | Os | < 0,1 |
| Mn | 0,5 | Sb | < 0,1 | Ir | < 0,1 |
| Fe | 400 | Te | < 0,1 | Pt | < 0,1 |
| Co | < 0,1 | Cs | < 0,1 | Au | < 0,1 |
| Ni | 850 | Va | < 0,1 | Hg | < 0,1 |
| Cu | 4,5 | La | < 0,1 | Tl | < 0,1 |
| Zn | < 0,1 | Ce | < 0,1 | Pb | < 0,1 |
| Ga | 15 | Pr | < 0,1 | Bi | < 0,1 |
| Ge | < 0,1 | Nd | < 0,1 | Th | < 0,1 |
| As | < 0,1 | Sm | < 0,1 | U | < 0,1 |
| Se | < 0,1 | Eu | < 0,1 | | |
| Rb | < 0,1 | Gd | < 0,1 | | |

Tableau 4.1 - Analyse isotopique du vanadium

### 4.1.2. - Mesure de la capture apparente du vanadium par oscillation dans ZOE

La capture apparente de trois échantillons de vanadium a été mesurée par la méthode d'oscillation de phase dans ZOE [20] . Ces échantillons se présentent sous forme de plaquettes rectangulaires de 50 × 90 × 0,25 $mm^3$.

La section apparente s'écrit suivant la convention de Westcott :

$$\sigma_{app} = G_{th}\, g\, \sigma_o + r \sqrt{\frac{4}{\pi}}\, f_r\, I \qquad [4.1]$$

avec :

$G_{th}$ : coefficient d'autoabsorption thermique qui est ici de 0,975 pour une plaque de 0,25 mm.

$g$ : coefficient de Westcott égal à 1 pour le vanadium.

$\sigma_o$ : section efficace à 2200 m/s.

$r$ : coefficient définissant la dureté du spectre ; sur ZOE, il est égal à 0,008, ce qui donne :

$$r\sqrt{\frac{4}{\pi}} = 0{,}009$$

$f_r$ : facteur d'autoprotection supposé voisin de l'unité.

$I$ : intégrale de résonance du vanadium non comprise la partie en 1/v.

On a :

$$G_{th}\,\sigma_o = \sigma_{app} - 0{,}009\ I$$

L'intégrale de résonance du vanadium est, suivant les auteurs [21] , [22] de 1,1 b ou < 1,6 b ce qui entraîne une correction due aux résonances au maximum de $10^{-2}$ barn.

Les résultats expérimentaux pour la capture apparente sont, pour les trois échantillons :

| | |
|---|---|
| Echantillon 1 | $\sigma_{app} = 5{,}0 \pm 0{,}1$ b |
| Echantillon 2 | $\sigma_{app} = 5{,}1 \pm 0{,}1$ b |
| Echantillon 3 | $\sigma_{app} = 5{,}1 \pm 0{,}1$ b |

Si l'on tient compte d'un coefficient $G_{th}$, fonction de l'énergie, on obtient, en pondérant sur un spectre de Maxwell :

$$\sigma_o = 5{,}18 \pm 0{,}10 \text{ b}$$

4.1.3. - Section d'absorption du vanadium utilisée dans l'interprétation

Si l'on reporte sur un graphique (fig. 4.1) les valeurs de $\sigma_o$ mesurées (les six premières intervenant dans le $\sigma_o$ du BNL 325), on s'aperçoit que si l'on désire trouver une valeur contenue à l'intérieur de toutes les barres d'erreurs (hormis la mesure 8), on doit légèrement augmenter la valeur

recommandée par BNL. Cette valeur passe de (9)

$$\sigma_o = 5,06 \text{ barn} \quad \text{à} \quad \sigma_o = 5,08 \text{ barn}$$

D'autre part, afin de tenir compte d'une mesure récente (8) [37] et du résultat de l'oscillation dans ZOE, on est amené à augmenter la barre d'erreur, celle-ci passant à :

$$\Delta\sigma_o = 0,10 \text{ barn}$$

Nous adopterons dans nos calculs (10)

$$\boxed{\sigma_o = 5,08 \pm 0,10 \text{ b}}$$

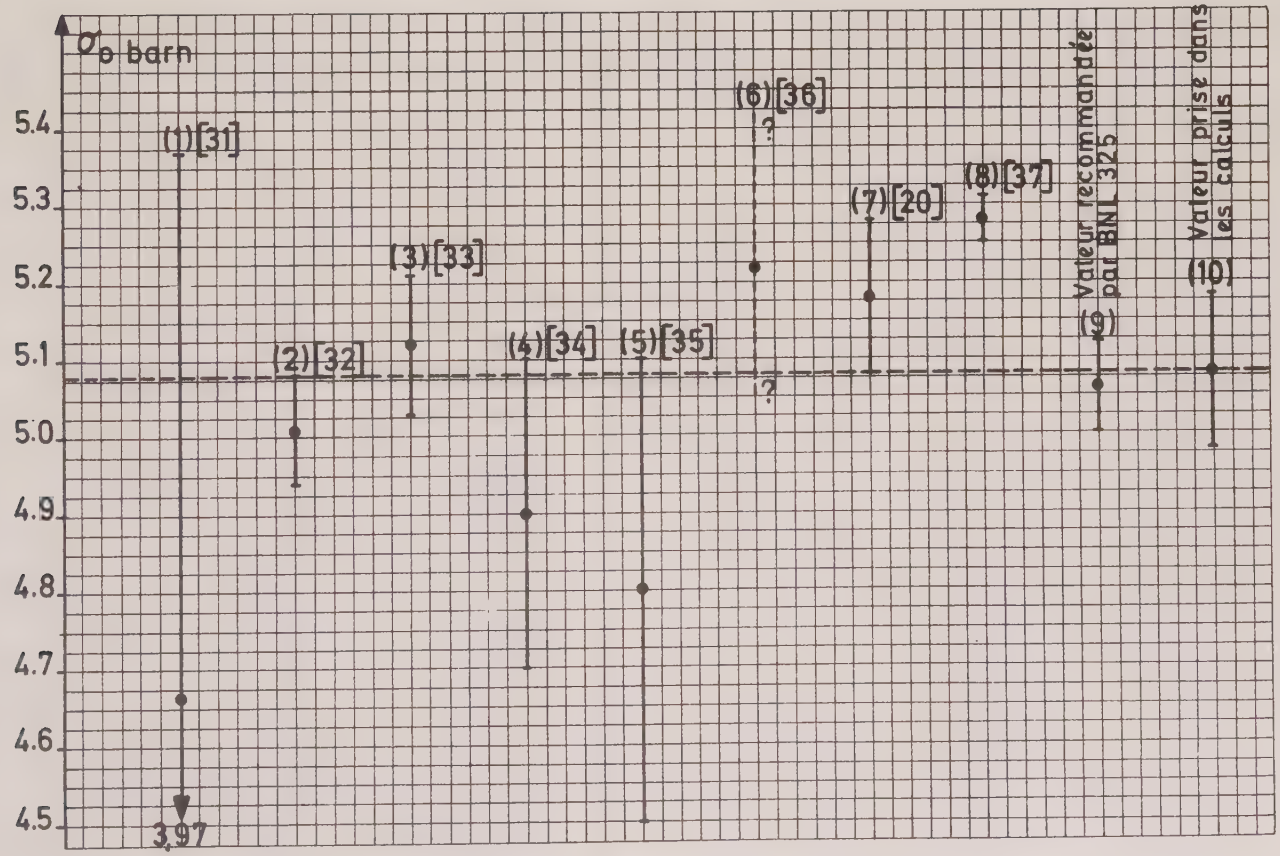



Figure 4.1

### 4.1.4. - Calcul de l'autoprotection du fil de vanadium

Pour tenir compte du facteur d'autoprotection $P_o$ dans le cas d'un cylindre, il suffit d'appliquer la relation [23] :

$$P_o = 1 - \frac{4}{3}\,\frac{a}{\ell} + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\ell}\right)^2 \mathrm{Log}\left(\frac{2\ell}{a}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\ell}\right)^2 \left(\frac{5}{4} - \gamma\right) \qquad [4.2]$$

avec :

$a$ : rayon du cylindre,

$\ell$ : libre parcours moyen,

$\gamma$ : constante d'Euler.

Pour les groupes d'énergie d'APOLLO, on a ainsi les valeurs rassemblées dans le tableau 4.2.

| Numéro du groupe | Energie moyenne | $P_o$ | Numéro du groupe | Energie moyenne | $P_o$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 51 | 3,755 | 0,99931 | 76 | 0,582 | 0,99827 |
| 52 | 3,074 | 0,99924 | 77 | 0,512 | 0,99815 |
| 53 | 2,563 | 0,99917 | 78 | 0,459 | 0,99805 |
| 54 | 2,245 | 0,99911 | 79 | 0,412 | 0,99794 |
| 55 | 2,075 | 0,99908 | 80 | 0,371 | 0,99783 |
| 56 | 1,975 | 0,99906 | 81 | 0,333 | 0,99771 |
| 57 | 1,885 | 0,99903 | 82 | 0,298 | 0,99758 |
| 58 | 1,797 | 0,99901 | 83 | 0,265 | 0,99744 |
| 59 | 1,712 | 0,99899 | 84 | 0,234 | 0,99727 |
| 60 | 1,630 | 0,99896 | 85 | 0,204 | 0,99709 |
| 61 | 1,550 | 0,99893 | 86 | 0,174 | 0,99685 |
| 62 | 1,475 | 0,99891 | 87 | 0,147 | 0,99657 |
| 63 | 1,405 | 0,99888 | 88 | 0,124 | 0,99627 |
| 64 | 1,337 | 0,99885 | 89 | 0,105 | 0,99594 |
| 65 | 1,270 | 0,99882 | 90 | 0,086 | 0,99552 |
| 66 | 1,202 | 0,99879 | 91 | 0,068 | 0,99497 |
| 67 | 1,140 | 0,99876 | 92 | 0,051 | 0,99420 |
| 68 | 1,090 | 0,99873 | 93 | 0,036 | 0,99316 |
| 69 | 1,052 | 0,99871 | 94 | 0,025 | 0,99175 |
| 70 | 1,010 | 0,99868 | 95 | 0,017 | 0,99016 |
| 71 | 0,958 | 0,99865 | 96 | 0,012 | 0,98839 |
| 72 | 0,895 | 0,99860 | 97 | 0,007 | 0,98533 |
| 73 | 0,825 | 0,99854 | 98 | 0,004 | 0,98033 |
| 74 | 0,747 | 0,99847 | 99 | $1,555.10^{-4}$ | 0,96803 |
| 75 | 0,665 | 0,99838 | | | |

Tableau 4.2

On multiplie, par la procédure AJUSTEMENT, les sections multigroupes d'APOLLO par les coefficients correspondants.

## 4.2. - INTERPRETATION DES CARTES DE FLUX

Le $B^2$ calculé sur le combustible $UO_2S$ "moyen" sur toute la zone au pas 90 est :

$$B^2_{cal} = 2,675\ m^{-2}$$

Il est en accord avec la valeur expérimentale $B^2_{exp} = 2,65 \pm 0,04\ m^{-2}$

Les caractéristiques du combustible $UO_2S$ moyen sont rassemblées dans le tableau 4.3.

## 4.3. - INTERPRETATION EN FORMALISME $k^+$

La masse de poison $m_1$ que l'on doit déposer sur le combustible afin d'obtenir une variation de réactivité nulle lors de l'introduction de ce combustible dans la cavité correspond à l'équation (en faisant les corrections dues aux effets parasites (3.2.2. à 3.2.6)) :

$$0 = 14,48 - 0,2177\ m_1 - 1,61 - 0,60 - 0,04$$

D'où :

$$m_1 = 56,2\ g$$

De petites différences existent entre le combustible "moyen" sur toute la zone au pas 90 et le combustible composant le train mobile. Dans le tableau 4.4 sont rassemblées les caractéristiques des divers constituants du combustible.

Pour cette masse $m_1$, on trouve, en faisant les calculs comme indiqué dans l'annexe D mais en travaillant de plus en supercellule pour le combustible empoisonné :

$$k^+ = 0,991 \pm 0,010$$

| ISOTOPE | De R = 0 cm à R = 0,35 cm | De R = 0,35 cm à R = 0,36 cm | De R = 0,36 cm à R = 0,43155 cm | De R = 0,43155 cm à R = 0,44185 cm | De R = 0,44185 cm à R = 0,59792 cm | De R = 0,59792 cm à R = 3,05 cm | De R = 3,05 cm à R = 4,7253 cm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U 235 | $8,3625.10^{-4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| U 238 | $2,2807.10^{-2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| U 234 | $6,2402.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Cu | $5,7569.10^{-7}$ | 0 | $6,3423.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Fe | $6,0467.10^{-6}$ | 0 | $1,0104.10^{-4}$ | $2,9736.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 |
| Mo | $8,7848.10^{-8}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ni | $2,8711.10^{-7}$ | 0 | $4,1194.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Si | $9,0074.10^{-6}$ | 0 | $5,7394.10^{-5}$ | $2,7283.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 |
| O | $4,7287.1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $1,0887.10^{-5}$ | $2,9089.10^{-6}$ |
| Al | 0 | $,1843.10^{-2}$ | $5,9751.10^{-2}$ | $4,7344.10^{-2}$ | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | $4,4697.10^{-8}$ | $2,9513.10^{-7}$ | 0 | 0 | $4,3959.10^{-8}$ |
| Mg | 0 | 0 | $6,6321.10^{-6}$ | 0 | $4,2118.10^{-2}$ | 0 | 0 |
| Ti | 0 | 0 | $2,0203.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| V | 0 | 0 | $3,1649.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Cr | 0 | 0 | $1,8603.10^{-7}$ | 0 | $9,8455.10^{-8}$ | 0 | 0 |
| Mn 55 | 0 | 0 | $1,7607.10^{-6}$ | 0 | $3,7273.10^{-7}$ | 0 | 0 |
| Ga | 0 | 0 | $2,3128.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Na | 0 | 0 | 0 | $1,6669.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 |
| Pb | 0 | 0 | 0 | $3,2617.10^{-6}$ | $2,4711.10^{-8}$ | 0 | 0 |
| N | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $3,7723.10^{-5}$ | $1,0835.10^{-5}$ |
| H | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $6,2795.10^{-7}$ | $2,5093.10^{-5}$ |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $8,4313.10^{-2}$ |

TABLEAU 4.3.

| ISOTOPE | De R = 0 cm à R = 0,35 cm | De R = 0,35 cm à R = 0,36 cm | De R = 0,36 cm à R = 0,43155 cm | De R = 0,43155 cm à R = 0,44185 cm | De R = 0,44185 cm à R = 0,59792 cm | De R = 0,59792 cm à R = 3,05 cm | De R = 3,05 cm à R = 4,7253 cm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U 235 | $8,3625.10^{-4}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| U 238 | $2,2807.10^{-2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| U 234 | $6,2402.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Cu | $5,7569.10^{-7}$ | 0 | $6,3423.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Fe | $6,0467.10^{-6}$ | 0 | $1,0104.10^{-4}$ | $7,9273.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 |
| Mo | $8,7848.10^{-8}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ni | $2,8711.10^{-7}$ | 0 | $4,1194.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Si | $9,0074.10^{-6}$ | 0 | $5,7394.10^{-5}$ | $7,2734.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 |
| O | $4,7287.10^{-2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $1,0887.10^{-5}$ | $2,9089.10^{-6}$ |
| Al | 0 | $6,1843.10^{-2}$ | $5,9751.10^{-2}$ | $1,2621.10^{-2}$ | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | $4,4697.10^{-8}$ | $7,8680.10^{-8}$ | 0 | 0 | $4,3959.10^{-8}$ |
| Mg | 0 | 0 | $6,6321.10^{-6}$ | 0 | $1,1243.10^{-2}$ | 0 | 0 |
| Ti | 0 | 0 | $2,0203.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| V | 0 | 0 | $3,1649.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Cr | 0 | 0 | $1,8603.10^{-7}$ | 0 | $2,6281.10^{-8}$ | 0 | 0 |
| Mn 55 | 0 | 0 | $1,7607.10^{-6}$ | 0 | $9,9496.10^{-8}$ | 0 | 0 |
| Ga | 0 | 0 | $2,3128.10^{-6}$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Na | 0 | 0 | 0 | $4,4438.10^{-7}$ | 0 | 0 | 0 |
| Pb | 0 | 0 | 0 | $8,6954.10^{-7}$ | $6,5962.10^{-9}$ | 0 | 0 |
| N | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $3,7723.10^{-5}$ | $1,0835.10^{-5}$ |
| H | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $6,2795.10^{-7}$ | $2,5093.10^{-5}$ |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $8,4313.10^{-2}$ |

TABLEAU 4.4.

En se rappelant que le résultat expérimental est :

$$k^+ = 1$$

on voit que l'ajustement fait sur APOLLO convient pour le calcul de $k^+$ du réseau $UO_2S$.

## 4.4. - INTERPRETATION EN COEFFICIENTS DE REACTIVITE

### 4.4.1. - Réactivité de la pile

La valeur propre calculée de la pile à son chargement critique (schéma RZ de la figure 3.6) est :

$$\lambda = 0,99800$$

L'écart expérience-calcul est donc très faible puisqu'il n'est que de 200 p.c.m.

Cet accord expérience-calcul sur la réactivité est à rapprocher de celui obtenu sur les trois autres chargements de MARIUS [24] :

| | |
|---|---|
| Chargement MARIUS Référence | écart : 342 p.c.m. |
| Chargement PCTR | écart : 114 p.c.m. |
| Chargement TELEDIAL | écart : 143 p.c.m. |

### 4.4.2. - Détermination expérimentale du $\beta_{eff}$ de la pile

Le bon accord de l'expérience et du calcul sur la réactivité de la pile et sur les chargements précédents de MARIUS (les combustibles étant toujours à peu près les mêmes) nous incite à faire l'hypothèse que l'intégrale de normalisation est bien calculée. Dans ce cas, il est possible de déterminer le $\beta_{eff}$ de la pile à partir du coefficient de réactivité du vanadium.

Bien entendu, le $\beta_{eff}$ n'est pas la seule quantité qui puisse introduire une incertitude dans la recherche d'une mesure absolue de réactivité.

Hormis les pondérations dans toute la pile faites par CHRONOS (Annexe A), deux types de grandeurs interviennent dans l'équation in hour :

- Le temps de vie des neutrons prompts.

  Nous avons déterminé expérimentalement ce temps de vie (voir Annexe E), le résultat obtenu est [25] :

  $$\ell = 0,98 \pm 0,05 \text{ ms}$$

  Il est en accord avec le temps de vie calculé par CHRONOS ($\ell$ = 0,93 ms). Signalons que la part de réactivité due aux neutrons prompts n'est, dans notre plage de mesure, que de l'ordre de 1 %.

- La répartition dans les 6 groupes de neutrons retardés des $\beta_i$ et $\lambda_i$ (voir Annexe A).

  L'expérience de perturbation en neutrons retardés (voir Annexe I) que nous avons faite dans MARIUS a montré que les $\beta_i$ (en proportion) et les $\lambda_i$ figurant dans l'ANL 5800 permettaient bien de rendre compte des phénomènes expérimentaux.

En conséquence, ce qui nous reste à ajuster c'est le $\beta_{eff}$ de la pile. Comme les différences de fuites dues aux spectres d'émission distincts des neutrons prompts et retardés sont bien calculés par CHRONOS et que 93 % des fissions proviennent de l'U235, l'ajustement du $\beta_{eff}$ revient pratiquement à l'ajustement de $a^5$ (nombre de neutrons retardés pour une fission de l'U235).

La variation de réactivité créée par l'introduction de 1 g de vanadium au centre de la pile est de 0,2177 p.c.m. (résultat expérimental). Le résultat calculé est : 0,2136 p.c.m.

Le résultat expérimental étant obtenu à partir de : $a^5_{ANL}$ = 0,0158 (marge d'erreur : ± 0,0005), on en déduit le $a^5$ ajusté sur le vanadium par :

$$a^5 = a^5_{ANL} \times \frac{0,2136}{0,2177}$$

D'où :

$$\boxed{a^5 = 0{,}0155 \pm 0{,}0003}$$

L'interprétation en coefficient de réactivité des résultats expérimentaux sur le réseau $UO_2S$ à partir de ce $a^5$ conduit strictement au même résultat que celui que nous allons obtenir à partir de la méthode de l'empoisonnement progressif. Mais dans d'autres expériences à venir, cette détermination de $a^5$ doit permettre de faire des mesures absolues en réactivité à 2 % près.

### 4.4.3. - Interprétation par la méthode de l'empoisonnement progressif

#### 4.4.3.1. - Valeurs expérimentales de $\Delta\rho_o$ et $\Delta\rho_{m_o}$

L'équation de la droite de régression correspondant à l'empoisonnement progressif du combustible $UO_2S$ par le vanadium est :

$$\left[\Delta\rho\right]_{exp} = 14{,}48 - 0{,}2177\ m_o$$

On en tire :

$$\left[\Delta\rho'_o\right]_{exp} = 14{,}48 \pm 0{,}02 \text{ p.c.m.}$$

$$\boxed{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{exp} = -\ 0{,}2177\ m_o}$$

On doit, pour se ramener aux conditions idéales, retrancher de $\rho_o$ les réactivités correspondant aux divers effets parasites. On obtient :

$$\left[\Delta\rho_o\right]_{exp} = 14{,}48 - 1{,}61 - 0{,}60 - 0{,}04$$

soit :

$$\boxed{\left[\Delta\rho_o\right]_{exp} = 12{,}23 \pm 0{,}08 \text{ p.c.m.}}$$

4.4.3.2. - Valeurs calculées de $\Delta\rho_o$ et $\Delta\rho_{m_o}$

Les calculs sont faits en théorie exacte des perturbations à 4 groupes d'énergie suivant le découpage :

Groupe 1 : de 10 MeV à 0,90718 MeV

Groupe 2 : de 0,90718 MeV à 24,788 KeV

Groupe 3 : de 24,788 KeV à 3,3807 eV

Groupe 4 : de 3,3807 eV à 1,1.10-4 eV.

Les sections macroscopiques du combustible $UO_2S$ obtenues par APOLLO sont assemblées dans le tableau 4.5.

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 |
|---|---|---|---|---|
| $D_\perp$ | 4,2533 | 2,1541 | 1,7112 | 1,6154 |
| $D_{//}$ | 5,0543 | 2,5598 | 2,0335 | 1,9196 |
| $\Sigma_a$ | $1,7698.10^{-4}$ | $4,4612.10^{-5}$ | $4,5658.10^{-4}$ | $1,9107.10^{-3}$ |
| $\nu\Sigma_f$ | $3,4867.10^{-4}$ | $2,1112.10^{-5}$ | $2,0241.10^{-4}$ | $3,1877.10^{-3}$ |
| $\chi$ | $7,2221.10^{-1}$ | $2,7609.10^{-1}$ | $1,6969.10^{-3}$ | $2,6771.10^{-9}$ |
| $\Sigma_t^{i \to 1}$ | $7,7000.10^{-2}$ | 0. | 0. | 0. |
| $\Sigma_t^{i \to 2}$ | $1,5799.10^{-2}$ | $1,7560.10^{-1}$ | 0. | 0. |
| $\Sigma_t^{i \to 3}$ | $2,8462.10^{-6}$ | $8,7606.10^{-3}$ | $2,2101.10^{-1}$ | 0. |
| $\Sigma_t^{i \to 4}$ | $1,0539.10^{-10}$ | $7,1039.10^{-9}$ | $3,6592.10^{-3}$ | $2,3675.10^{-1}$ |

TABLEAU 4.5.

Du calcul de perturbation, on tire :

$$\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{cal} = -\,0{,}2136\ m_o$$

$$\left[\Delta\rho_{o}\right]_{cal} = 11{,}67 \text{ p.c.m.}$$

4.4.3.3. - Comparaison expérience-calcul sur le coefficient de réactivité de l'$UO_2S$

Pour déterminer $\Delta\tilde{\rho}_o$ (voir deuxième partie), il suffit d'appliquer la relation [2.15]

$$\left[\Delta\tilde{\rho}_{o}\right]_{cal} = \left[\Delta\rho_{o}\right]_{cal} \times \frac{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{exp}}{\left[\Delta\rho_{m_o}\right]_{cal}}$$

soit :

$$\left[\Delta\tilde{\rho}_{o}\right]_{cal} = 11{,}67 \times \frac{0{,}2177}{0{,}2136} = 11{,}89$$

L'incertitude sur $\left[\Delta\tilde{\rho}_{o}\right]_{cal}$ provient essentiellement de l'incertitude sur la section d'absorption du vanadium (2 %). On a en conséquence :

$$\left[\Delta\tilde{\rho}_{o}\right]_{cal} = 11{,}89 \pm 0{,}24 \text{ p.c.m.}$$

On en déduit :

$$1 + \varepsilon = \frac{\left[\Delta\tilde{\rho}_{o}\right]_{cal}}{\left[\Delta\rho_{o}\right]_{exp}} = \frac{11{,}89}{12{,}23} = 0{,}9722$$

D'où :

$$\boxed{\varepsilon = - 0{,}028 \pm 0{,}027}$$

4.5. - CONCLUSION

Ce dernier résultat confirme, compte tenu de la barre d'erreur, l'ajustement fait sur APOLLO. On peut tout de même noter une certaine tendance à la sous-estimation par le calcul du pouvoir multiplicateur du réseau $UO_2S$. Bien entendu, on se trouve à la limite des barres d'erreur mais trois résultats distincts confirment cette tendance :

- Réactivité de la pile : écart de - 200 p.c.m. (écart positif pour les autres chargements).

- $k^+$ : écart - 900 p.c.m.

- Coefficient $\varepsilon$ : - 2,8 %.

Le laplacien, quant à lui, est surestimé par le calcul de 1 % environ mais là aussi, on doit tenir compte des barres d'erreur .

La seule chose que l'on puisse dire pour conclure au sujet de l'ajustement d'APOLLO c'est que l'ensemble des expériences faites sur le réseau $UO_2S$ ne mettent pas en défaut l'ajustement actuel du code.

# CONCLUSION GENERALE

La méthode de l'empoisonnement progressif permet l'étude des propriétés neutroniques d'un réseau quelconque. Elle se situe dans la classe des techniques "par comparaison au vide". Dans ces techniques, on a recours à un poison :

- afin d'obtenir un coefficient de réactivité nul pour le combustible empoisonné : technique PCTR ;

- afin de faire le rapport des coefficients de réactivité d'un combustible non-empoisonné et d'un poison : technique du "non-empoisonnement" employée dans HTLTR.

On élimine ainsi les difficultés liées à la mesure et au calcul d'une variation absolue de réactivité en se plaçant dans la première méthode à variation nulle de réactivité, et dans la seconde méthode en faisant le rapport de deux différences de réactivités (coefficient de réactivité du combustible non empoisonné et coefficient de réactivité du poison).

La méthode PCTR n'est facilement exploitable que dans le cas où le $k_\infty$ du réseau est voisin de 1.

La normalisation sur une quantité relativement importante de poison (technique employée dans HTLTR) n'est pas sans poser de problèmes. Si l'on interprête les résultats directement en coefficients de réactivité, on doit calculer la variation de réactivité créée par l'introduction de cette masse de poison dans la cavité, ce qui est délicat. Si l'on interprête en coefficient de multiplication, on doit faire une interprétation qui est inadaptée aux formalismes multigroupes et qui nécessite la mesure d'un bon nombre de taux de réactions.

Dans la méthode de l'empoisonnement progressif que nous proposons, on cherche à obtenir l'évolution du coefficient de réactivité d'un combustible empoisonné en fonction de la masse de poison. La normalisation se fait alors à partir de la valeur de la tangente de la courbe obtenue au point d'empoisonnement nul ; la courbe se réduisant à une droite sur une plage relativement importante, une excellente précision peut être obtenue sur la valeur de la

pente. L'avantage de cette méthode est que, lors de l'interprétation, les calculs peuvent se faire dans des conditions très simples ( masse de poison aussi petite que l'on veut).

•
• •

La technique de mesure que nous avons employée, l'oscillation du combustible, permet d'éliminer les dérives de la réactivité de la pile, dues aux variations de pression et de température. Elle permet aussi d'obtenir une très bonne précision statistique sur la réactivité mesurée.

D'autre part, un point très important que nous avons développé est la détermination expérimentale de tous les effets "parasites". Ces effets : matérialisation de la cavité, hétérogénéités du train mobile, effet des neutrons retardés, augmentation des fuites de la pile par création d'une cavité, représentent, dans le cas que nous avons étudié, plus de 15 % du signal utile. Des corrections calculées, pour de tels ordres de grandeur, risquent toujours d'introduire des erreurs systématiques, faussant alors l'ajustement que l'on désire faire sur un code. La détermination expérimentale des effets "parasites" simplifie considérablement l'interprétation mais nécessite bien sûr de faire quelques petites expériences annexes qui sont de courte durée.

•
• •

L'interprétation de la mesure des propriétés neutroniques d'un réseau par empoisonnement progressif est particulièrement simple car, tous les effets correctifs étant mesurés, il ne suffit plus que de comparer les coefficients de réactivité expérimentaux et calculés. Le calcul de la normalisation par le poison peut se faire, en toute rigueur, en théorie de perturbation au premier ordre puisque la masse de poison que l'on considère tend vers zéro. Quant au calcul du coefficient de réactivité du combustible non empoisonné, il est fait, pour des raisons de précision, en théorie exacte des perturbations ; le calcul d'une variation de réactivité de quelques p.c.m. par différence conduirait, en effet, à une incertitude inacceptable.

La précision que l'on peut attendre d'une telle méthode est directement liée à la précision sur les sections efficaces du poison utilisé. Cette précision est souvent difficile à apprécier et il est certainement intéressant, la méthode de l'empoisonnement progressif étant très rapide de mise en oeuvre, de faire l'expérience avec plusieurs poisons distincts.

•
• •

La technique de l'empoisonnement progressif a été employée dans MARIUS sur un combustible à oxyde d'uranium à 3,5% d'enrichissement. Les résultats obtenus par cette technique confirment l'ajustement actuel du code APOLLO. Ils sont cohérents avec les résultats obtenus sur le même réseau par laplacien et par coefficient de réactivité nul (empoisonnement important du combustible, le $k_\infty$ de ce dernier étant de l'ordre de 1,5).

Cette application dans MARIUS de la méthode de l'empoisonnement progressif à un combustible à oxyde d'uranium a donc montré que la méthode que nous proposons se présentait, par sa rapidité d'exécution sur le plan expérimental et par sa facilité d'interprétation, comme une méthode d'un très bon "rendement" pour l'étude des milieux multiplicateurs des réacteurs nucléaires.

## REFERENCES

[01] P. REUSS : Recherche de tendances suggérées par la comparaison entre des résultats expérimentaux et les calculs du code APOLLO.
Rapport SERMA n° 106 "T".

[02] B. LAPONCHE, G. GAMBIER, J.C. ESTIOT, D. de LAPPARENT, P. GARNAUD, J. LUFFIN : Détermination du facteur de multiplication d'un réseau de réacteur à haute température par une méthode PCTR dans l'assemblage critique MARIUS III.
Note C.E.A. - N - 1963.

[03] C.R. RICHEY, T.J. OAKES : Determination of neutron multiplication factors as a function of temperature with the High Temperature Lattice Test Reactor.
Nuclear Science and Engineering : 47, 40-58 (1972).

[04] COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE : Dictionnaire des sciences et techniques nucléaires (Deuxième Edition).
Presses Universitaires de France.

[05] ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION : Vocabulaire de l'énergie nucléaire.
ISO 921.

[06] COMITE ELECTROTECHNIQUE FRANCAIS : Vocabulaire électrotechnique - Centrales de production d'énergie électrique par voie nucléaire (projet).

[07] G.R. KEEPIN : Physics of Nuclear Kinetics (p. 207-213).
Addison - Wesley Publishing Company.

[08] A. HOFFMANN, F. JEANPIERRE, A. KAVENOKY, M. LIVOLANT, M. LORAIN : APOLLO - Code multigroupe de résolution de l'équation du transport pour les neutrons thermiques et rapides.
Rapport SERMA "T" n° 1 - 193.

[09] V.K. JAIN, A. KAVENOKY, M. LIVOLANT, H. LORAIN : EXCALIBUR - Code de résolution de l'équation du transport pour des milieux hétérogènes dans l'approximation multigroupe.
Rapport SPM, n° 1140.

[10] G.I. BELL, S. GLASSTONE : Nuclear Reactor Theory (p. 150).
Van Nostrand Reinhold Company.

[11] G. GAMBIER : Mesure de l'effet des hétérogénéités axiales dans MARIUS III.
Rapport EDF, HF 11/77/73.

[12] M. DIXMIER, G. GAMBIER : Coefficient de diffusion effectif d'une cavité. Théorie et mesure.
Rapport à paraître.

[13] J.R. ASKEW, F.J. FAYERS, P.B. KEMSHELL : A general description of the lattice code WIMS.
Journal of the British Nuclear Energy Society (Oct. 66).

[14] G. GAMBIER : Code ALCYON - Application des sous-programmes de diffusion bidimensionnels DF2A et DF2W - Spécifications.
Rapport SNE n° 78.

[15] J.P. BRUNET, J.L. CAMPAN, A. LERIDON : Mesure de taux de réaction et laplacien dans l'assemblage MARIUS III.
Note SECPR à paraître.

[16] J.C. ESTIOT : Expérience PCTR - Mesure de l'effet de l'air dans la cavité.
Note SECPR/ECM/72/186.

[17] P. BENOIST : Théorie du coefficient de diffusion des neutrons dans un réseau comportant des cavités.
Rapport CEA - R 2278.

[18] P. REUSS : Utilisation de résultats de mesures intégrales pour préciser les valeurs des constantes nucléaires neutroniques.
IAEA - SM - 170/67 - Vol. 1, p. 189.

[19] G. GAMBIER : Formalisme et spécifications du code CHRONOS (Equation de Nordheim en théorie multigroupe).
Rapport SNE n° 79.

[20] J. C. CARRE, F. ROULLIER : Mesure par méthode d'oscillation de la capture apparente d'échantillons de vanadium.
Note 51/71, SPE.

[21] V.B. KLIMENTOV, V.M. GRIAZEV : Some neutron resonance absorption integrals.
Journal of Nuclear Energy 9, 20-27, 1959.

[22] R.B. TATTERSALL : Pile oscillator measurements of resonance absorption integrals.
AERE/R 2887 - 1959.

[23] K.M. CASE, F. de HOFFMANN, G. PLACZEK : Introduction to the theory of neutron diffusion - Volume 1 - p. 33.
Los Alamos Scientific Laboratory.

[24] M. MIKHAIL : A review of reactor calculations by "APOLLO" on MARIUS HTR lattice configurations.
DCPM 17/CEA 1.

[25] G. GAMBIER : Détermination expérimentale du temps de vie des neutrons prompts.
Rapport EDF HF 11/76/73.

[26] GROUPE "CODES NUCLEAIRES DU DCE" : Standardisation des Sous-Programmes Nucléaires.
Rapport DCE Saclay n° 321-1.
Rapport DCE Cadarache n° 046.

[27] G. GAMBIER : Influence des réactions (n,2n) et (n,3n) dans les calculs de variation de réactivité par la théorie de la perturbation.
Note SECPR/ECM/72/164.

[28] G. GAMBIER : Correction de non-fondamentalité pour le calcul de $k^+$ dans les expériences PCTR.
Note SECPR/ECM/72/167.

[29] G. GAMBIER : Comparaison des méthodes d'interprétation des expériences sur les milieux RHT à GGA et au CEA.
Rapport SECPR n° 85 à paraître.

[30] K.R. SCHULTZ, D.R. MATHEWS : Gulf General Atomic support of the High Temperature Lattice Test Reactor program during fiscal 1971.
Gulf - GA - B - 10776.

[31] J. BOUZYH, W. SUWALSKI, J. TOPA.
Reactor Conference, Bucharest (1961).

[32] R.B. TATTERSALL, H. ROSE, S.K. PATTENDEN, D. JOWITT.
Journal of Nuclear Energy 12, 32 (1960).

[33] B. GRIMELAND, E. HELLSTRAND, F. NETTER.
Compte rendu 232, 2089 (1951).

[34] H. POMERANCE.
Physical Review 83, 641 (1951).

[35] F.C.W. COLMER, D.J. LITTLER.
Proc Physic Society A 63, 1175 (1950).

[36] S.P. HARRIS, C.O. MUEHLHAUSE, S. RASMUSSEN, H.P. SCHROEDER, G.E. THOMAS
Physical Review 80, 342 (1950).

[37] V.P. VERTEBNYI, M.F. VLASOV, N.L. GNIDAK, R.A. ZATSERKOVSKII, A.I. IGNATENKO, A.L. KIRILYUK, E.A. PAVLENKO, N.A. TROFIMOVA, A.F. FEDOROVA
Atomnaya Energiya, Vol. 34 N° 5 . p. 355-358. (1973).

[38] USAEC : Reactor Physics Constants. ANL 5800 - Second Edition p. 17.18.

[39] M. DIXMIER : Communication personnelle,

# ANNEXE A

## Code CHRONOS

Le code CHRONOS [ 19 ] permet de donner une relation entre la réactivité d'un réacteur multizone et le temps de doublement de sa population neutronique. Les temps de calculs correspondant à l'application de la théorie du transport dans tout un réacteur étant prohibitifs, la théorie utilisée est celle de la diffusion multigroupe.

### A.1 EQUATIONS DE LA DIFFUSION EN REGIME DYNAMIQUE ET EN REGIME STATIQUE

#### A.1.1. Régime dynamique

En supposant que les sections efficaces ne dépendent pas du temps, le bilan neutronique du $i^{ème}$ groupe d'énergie s'écrit :

$$\vec{\nabla} \cdot D_i(\vec{r})\, \vec{\nabla}\, \Phi_i(\vec{r},t) - \left[ \Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{i\to j}^t(\vec{r}) \right] \Phi_i(\vec{r},t)$$

$$+ \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{j\to i}^t(\vec{r})\, \Phi_j(\vec{r},t) + \sum_{k=1}^{k=K} \left[1-\beta^k\right] \chi_{p,i}^k \sum_{j=1}^{j=M} \nu\, \Sigma_j^{f,k}(\vec{r})\, \Phi_j(\vec{r},t)$$

$$+ \sum_{k=1}^{k=K} \chi_{r,i}^k \sum_{\ell=1}^{\ell=N} \lambda_\ell^k\, C_\ell^k(\vec{r},t) = \frac{1}{v_i} \frac{\partial}{\partial t} \Phi_i(\vec{r},t) \qquad [A.1]$$

On doit bien sûr y joindre le système régissant les précurseurs :

$$\frac{\partial}{\partial t} C_\ell^k(\vec{r},t) = -\lambda_\ell^k\, C_\ell^k(\vec{r},t) + \beta_\ell^k \sum_{j=1}^{j=M} \nu\, \Sigma_j^{f,k}(\vec{r})\, \Phi_j(\vec{r},t) \qquad [A.2]$$

$$\ell = 1,2,\ldots,N$$
$$k = 1,2,\ldots,K$$

La signification des différents termes est la suivante :

$D_i$ : coefficient de diffusion du groupe d'énergie i

$\Sigma_i^a$ : section d'absorption du groupe i

$\Sigma^t_{i\to j}$ : section de transfert du groupe i vers le groupe j,

$\beta^k$ : nombre total de neutrons retardés pour un neutron de fission de l'isotope k,

$\chi^k_{r,i}$ : fraction des neutrons retardés émis dans le groupe d'énergie i et issus de l'isotope k,

$\chi^k_{p,i}$ : fraction des neutrons prompts émis dans le groupe d'énergie i et issus de l'isotope k,

$\lambda^k_\ell$ : constante de décroissance radioactive des précurseurs du groupe $\ell$ provenant de l'isotope k,

$C^k_\ell$ : concentration des précurseurs du groupe $\ell$ provenant de l'isotope k,

$\beta^k_\ell$ : nombre de neutrons retardés pour l'isotope k dans le groupe $\ell$,

$v_i$ : vitesse moyenne des neutrons du groupe d'énergie i,

$\nu\,\Sigma^{f,k}_j$ : section de fission de l'isotope k dans le groupe d'énergie j multipliée par le nombre $\nu^k$ de neutrons de fission,

M : nombre de groupes d'énergie,

N : nombre de groupes de neutrons retardés,

K : nombre d'isotopes fissiles.

Dans le cas où nous recherchons des solutions du type :

$$\Phi_i(\vec{r},t)=\Phi_i(\vec{r})e^{\omega t} \qquad \text{et} \qquad C^k_\ell(\vec{r},t)=C^k_\ell(\vec{r})e^{\omega t} \qquad [A.3]$$

on obtient :

$$\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i(\vec{r}) - \left[\Sigma^a_i(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma^t_{i\to j}(\vec{r})\right]\Phi_i(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma^t_{j\to i}(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r})$$

$$+ \sum_{k=1}^{k=K}\left[(1-\beta^k)\chi^k_{p,i} + \beta^k\chi^k_{r,i}\right]\sum_{j=1}^{j=M}\nu\Sigma^{f,k}_j(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r}) = \omega\left[\frac{\Phi_i(\vec{r})}{v_i}\right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{k=K}\chi^k_{r,i}\sum_{\ell=1}^{\ell=N}\frac{\beta^k_\ell}{\omega+\lambda^k_\ell}\sum_{j=1}^{j=M}\nu\,\Sigma^{f,k}_j(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r})\right] \qquad [A.4]$$

que l'on peut écrire symboliquement sous la forme :

$$L \mid \Phi > = \omega \alpha \mid \Phi > \qquad [A.5]$$

A.1.2. Régime statique

Dans le régime statique, on obtient artificiellement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_i(\vec{r},t) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial}{\partial t} C_\ell^k(\vec{r},t) = 0$$

en divisant les productions par un nombre $\lambda$.

On écrit alors :

$$\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i(\vec{r}) - \left[\Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{i\to j}^t(\vec{r})\right] \Phi_i(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{j\to i}^t(\vec{r})\ \Phi_j(\vec{r})$$

$$+ \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{k=K} \left[(1-\beta^k)\chi_{p,i}^k + \beta^k\ \chi_{r,i}^k\right] \sum_{j=1}^{j=M} \nu\ \Sigma_j^{f,k}(\vec{r})\ \Phi_j(\vec{r}) = 0 \qquad [A.6]$$

ou symboliquement :

$$T \mid \Phi > + \frac{1}{\lambda} P \mid \Phi > = 0 \qquad [A.7]$$

A.2 RECHERCHE D'UNE RELATION ENTRE $\omega$ ET LA REACTIVITE

Multiplions l'équation [A.5] à gauche par $< \Phi^+ |$ et intégrons sur tout le réacteur R.

$$\int_R < \Phi^+ | L | \Phi > dV = \omega \int_R < \Phi^+ | \alpha | \Phi > dV \qquad [A.8]$$

Multiplions de même [A.7] à gauche par $< \Phi^+ |$ et intégrons sur le réacteur :

$$\int_R <\Phi^+ | T | \Phi > dV + \frac{1}{\lambda} \int_R <\Phi^+ | P | \Phi > dV = 0 \qquad [A.9]$$

Si maintenant, on tient compte du fait que la réactivité $\rho$ est définie par :

$$\rho = \frac{\lambda - 1}{\lambda}$$

et que de plus :

$$L = T + P$$

on en déduit :

$$\rho = \omega \frac{\int_R < \Phi^+ | \alpha | \Phi > dV}{\int_R < \Phi^+ | P | \Phi > dV} \qquad [A.10]$$

en supposant les flux identiques dans les deux systèmes.

D'où :

$$\rho = \int_R \sum_{i=1}^{i=M} \frac{\omega}{v_i} \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_i(\vec{r})\ dV + \int_R \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \sum_{\ell=1}^{\ell=N} \chi_{r,i}^k\ \nu\ \Sigma_j^{f,k} \frac{\omega\ \beta_\ell^k}{\omega+\lambda_\ell^k}$$

$$\Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_j(\vec{r})\ dV \Bigg/ \left\{ \int_R \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \left[ (1-\beta^k)\chi_{p,i}^k + \beta^k\ \chi_{r,i}^k \right] \right.$$

$$\left. \nu\ \Sigma_j^{f,k}\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_j(\vec{r})\ dV \right\} \qquad [A.11]$$

C'est cette formule [A.11] qui est programmée dans le code CHRONOS. Les intégrales de flux sont obtenues à partir d'un ALCYON "spécial" dans lequel on traite en parallèle la diffusion des neutrons prompts et des neutrons retardés. La vitesse moyenne $v_i$ des neutrons est obtenue de manière classique en demandant sur chaque cellule le taux de réaction d'un corps en 1/v.

Le dénominateur de [A.11] n'est autre que l'intégrale des productions $I_p$ et le terme :

$$\frac{1}{I_p} \int_R \sum_{i=1}^{i=M} \frac{\Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_i(\vec{r})}{v_i} dV \qquad [A.12]$$

est le temps de vie $\ell$ des neutrons prompts.

# ANNEXE B

## Code ALCYON

Le code ALCYON [14] a été écrit pour permettre l'interprétation rapide des expériences dans les empilements critiques. Il utilise un grand nombre de "modules" de la Bibliothèque Standardisée de Codes Nucléaires [26] et est avant tout une exploitation des flux issus des codes de diffusion multigroupe DF2A [26] et DF2W [26]. Il accepte d'autre part, sans aucune transcription, les cartes perforées issues des codes de cellule WIMS [13] et APOLLO [08].

Des besoins nouveaux apparaissent chaque jour dans l'interprétation des expériences et ALCYON est en perpétuelle évolution. Dans cette annexe, nous nous proposons de donner quelques exemples, parmi les plus importants, des résultats que l'on peut obtenir à partir de ce code.

### B.1 CALCUL DE LA VALEUR PROPRE ET DES FLUX DANS UN REACTEUR

Ceci est bien sûr le point de départ. On peut obtenir, pour un nombre quelconque de points et un nombre quelconque de groupe d'énergie, la réactivité d'un réacteur ainsi que les flux directs et adjoints en tout point. La remontée des neutrons en énergie (upscattering) est traitée par DF2A. Dans les cas où il n'y a pas d'upscattering, DF2W permet des temps de calculs deux fois plus courts.

### B.2 CALCUL DES TAUX DE REACTION DE DETECTEURS

On peut obtenir en tout point $\vec{r}$ du réacteur une expression du type :

$$\tau(\vec{r}) = \frac{\alpha + \beta \sum_{i=1}^{i=M} k_i \, \Phi_i(\vec{r})}{\gamma + \delta \sum_{i=1}^{i=M} k'_i \, \Phi_i(\vec{r})}$$

où M désigne le nombre de groupes d'énergie.

En donnant des valeurs convenables aux paramètres $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, $k_i$, $k'_i$, on obtient directement les réponses de détecteurs dans toute la pile, ce qui permet une comparaison directe avec l'expérience.

B.3 CALCUL DES RAYONS ET HAUTEURS EXTRAPOLES

Le code donne l'évolution des distances extrapolées dans tout le réacteur. Dans le stade prévisionnel, ces calculs permettent de délimiter les zones à spectre établi et dans l'interprétation la comparaison directe avec les résultats expérimentaux.

B.4 TRACES DE COURBES

Toutes les grandeurs : flux directs et adjoints, taux de réactions et distances extrapolées peuvent sortir directement sur papier millimétré.

B.5 CALCUL DU "$B^2$ LOCAL"

Si l'on écrit en tout point l'équation de la diffusion sous la forme :

$$P \mid \Phi > - T \mid \Phi > = D\, B^2 \mid \Phi > \qquad [B.1]$$

on voit que l'on peut obtenir, connaissant $|\Phi >$ la valeur de $B^2$ en chaque point $\vec{r}$ du réacteur.

P désigne l'opérateur de productions,

T désigne l'opérateur d'absorption.

L'intérêt de ce calcul est double :

- Il donne tout d'abord avec beaucoup plus de sensibilité que les distances extrapolées, les zones à spectre établi.

- Il permet le cyclage des fuites dans les calculs de cellule.

## B.6 CALCUL DES INTEGRALES DE FLUX ET D'IMPORTANCES

ALCYON calcule toutes les quantités intégrales nécessitées pour l'emploi de CHRONOS. Il calcule de plus, les poids statistiques des différents milieux qui composent la pile.

## B.7 CALCULS DE VARIATION DE REACTIVITE EN THEORIE DE LA PERTURBATION

### B.7.1. Equations directe et adjointe

ALCYON résout le système direct :

$$\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i(\vec{r}) - \left[\Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma_{i\to j}^t(\vec{r})\right]\Phi_i(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma_{j\to i}^t(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r})$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\chi_i\sum_{j=1}^{j=M}\nu\,\Sigma_j^f(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r}) \qquad i = 1, 2, \ldots, M \qquad [B.2]$$

et adjoint :

$$\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) - \left[\Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma_{i\to j}^t(\vec{r})\right]\Phi_i^+(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=M}\Sigma_{i\to j}^t\,\Phi_j^+(\vec{r})$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\nu\,\Sigma_i^f(\vec{r})\sum_{j=1}^{j=M}\chi_j\,\Phi_j^+(\vec{r}) \qquad i = 1, 2, \ldots, M \qquad [B.3]$$

### B.7.2. Calcul exact d'une perturbation

Une petite variation de réactivité $\delta_1^2\,\rho$ (de l'ordre de quelques pcm) entre deux états "1" et "2" d'un réacteur, ne peut être obtenue directement à partir des réactivités de chaque état à cause des oscillations numériques des valeurs propres. Le calcul de $\delta_1^2\,\rho$ est fait dans un tel cas en théorie exacte des perturbations.

On a :

$$\left.\begin{aligned}
\delta_1^2 \rho = & \frac{1}{\int_R \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \, {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \, \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, {}^2\Phi_j(\vec{r}) \right] d\tau} \\
& - \int_R \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \delta_1^2 \, D_i(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \, {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \, {}^2\Phi_i(\vec{r}) \right] d\tau \\
& - \int_R \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \delta_1^2 \, \Sigma_i^a(\vec{r}) \, {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \, {}^2\Phi_i(\vec{r}) \right] d\tau \\
& + \int_R \frac{1}{2_\lambda} \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \, \delta_1^2 \, \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \, {}^2\Phi_j(\vec{r}) \right] d\tau \\
& - \int_R \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \delta_1^2 \, \Sigma_{j\to i}^t(\vec{r}) \left( {}^2\Phi_j(\vec{r}) \, {}^1\Phi_j^+(\vec{r}) - {}^2\Phi_j(\vec{r}) \, {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \right) \right] d\tau
\end{aligned}\right\} \quad [B.4]$$

${}^1\Phi_i^+(\vec{r})$ représente le flux adjoint du $i^{ème}$ groupe d'énergie dans l'état "1",

${}^2\Phi_i(\vec{r})$ représente le flux direct du $i^{ème}$ groupe d'énergie dans l'état "2".

$\delta_1^2 X = X_2 - X_1$ .

B.7.3. Calcul d'une perturbation au 1er ordre

Le calcul est fait uniquement à partir des flux et importances de l'état "1". On a la même relation que [B.4] mais en remplaçant :

${}^2\Phi_i(\vec{r})$ par ${}^1\Phi_i(\vec{r})$

B.7.4. Calcul d'une perturbation avec anisotropie de diffusion

ALCYON traitant les géométries à deux dimensions, il faut pouvoir tenir compte des cas où la variation du coefficient de diffusion suivant le premier axe est différente de celle suivant le deuxième axe. Ce "raffinement"

est indispensable pour l'interprétation de l'expérience sur la détermination du coefficient de diffusion effectif d'une cavité.

Si on désigne par :

$^{k}D_{i}(\vec{r})$ : le coefficient de diffusion suivant l'axe k et pour le groupe i,

$^{k}\vec{\nabla}\,\Phi$ : le gradient de $\Phi$ suivant l'axe k,

le premier terme dans l'accolade de l'expression [B.4] s'écrit :

$$- \int_R \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \delta_1^2 \; {}^1D_i(\vec{r}) \; {}^1\vec{\nabla} \; {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \; {}^1\vec{\nabla} \; {}^2\Phi_i(\vec{r}) \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{i=M} \delta_1^2 \; {}^2D_i(\vec{r}) \; {}^2\vec{\nabla} \; {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \; {}^2\vec{\nabla} \; {}^2\Phi_i(\vec{r}) \right] d\tau \qquad [B.5]$$

B.7.5. Calcul d'une perturbation avec prise en compte des réactions (n,2n), (n,3n) [27]

Les réactions (n,kn) se produisant à haute énergie ont une influence négligeable sur les calculs de perturbations faits sur les réacteurs thermiques. Afin de ne pas limiter les calculs en théorie de la perturbation à ce dernier type de réacteurs, les réactions (n,kn) peuvent être prises en compte.

B.7.6. Calculs de $k^+$ [28]

Les calculs de $k^+$ en théorie de la diffusion permettent de faire les corrections de non-fondamentalité du spectre pour l'interprétation des expériences P.C.T.R. [02]. Le code calcule l'expression :

$$k_D^+ = \frac{\int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \; \Phi_i^+(\vec{r}) \; \nu \; \Sigma_j^f(\vec{r}) \; \Phi_j(\vec{r}) \right] d\tau}{\int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \Sigma_i^a(\vec{r}) \Phi_i(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \right] d\tau + \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{j\to i}^t(\vec{r}) \left( \Phi_j(\vec{r}) \Phi_j^+(\vec{r}) - \Phi_j(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \right) \right] d\tau}$$

[B.6]

Il peut aussi calculer, avec les notations du paragraphe B.7.2. :

$$\tilde{k}_D^+ = \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \; {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \; \nu \Sigma_j^f(\vec{r}) \; {}^2\Phi_j(\vec{r}) \right] d\tau \Bigg/ \left\{ \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \Sigma_i^a(\vec{r}) \; {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \; {}^2\Phi_i(\vec{r}) \right] d\tau + \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma_{j\to i}^t(\vec{r}) \left( {}^1\Phi_j^+(\vec{r}) \; {}^2\Phi_j(\vec{r}) - {}^2\Phi_j(\vec{r}) \; {}^1\Phi_i^+(\vec{r}) \right) \right] d\tau \right\} \qquad [B.7]$$

où V est un volume quelconque contenu dans le réacteur.

L'expression $\tilde{k}_D^+$ est préférable à $k_D^+$ pour les corrections de non-fondamentalité mais elle nécessite la connaissance du coefficient de diffusion effectif de la cavité.

# ANNEXE C

## METHODE D'INTERPRETATION DES EXPERIENCES FAITES DANS H.T.L.T.R.

### C.1 LE REACTEUR H.T.L.T.R.

Le H.T.L.T.R. [03] (High Temperature Lattice Test Reactor) est un empilement critique spécialement construit pour étudier des réseaux à des températures pouvant atteindre 1000° C. Ce réacteur, construit à Hanford au Pacific Northwest Laboratory est une extension en température du P.C.T.R. (Physical Constants Testing Reactor).

Le H.T.L.T.R. est un cube de graphite de trois mètres de côté enfermé dans un four isolé thermiquement et étanche au gaz (l'azote est utilisé comme gaz inerte pour éviter l'oxydation du modérateur). Le réacteur, qui peut fonctionner jusqu'à une puissance de 2 kW est chauffé par 24 radiateurs électriques pouvant développer une puissance de 384 kW.

La zone nourricière est composée d'uranium enrichi à 5 % et le pilotage se fait à l'aide de huit barres de contrôle. Deux oscillateurs permettent le positionnement des échantillons étudiés au centre de la pile, en température et sous azote.

La technique de mesure employée dans H.T.L.T.R. est celle du "non-empoisonnement" dont l'idée est de Heineman. Cette méthode consiste à déterminer l'excès des productions dans un réseau à partir du rapport des coefficients de réactivité d'un échantillon de ce réseau et d'un absorbant (généralement du cuivre) qui sert de normalisation.

### C.2 METHODE D'INTERPRETATION

#### C.2.1. Notations

Afin qu'il n'y ait aucune ambiguïté sur le sens de $k_\infty$, $k^*_\infty$, $k^\dagger_\infty$, nous en rappelons brièvement les définitions. Un formalisme à deux groupes est utilisé pour l'interprétation ; ceci provient de la nécessité de mesurer des taux de réactions rapides et thermiques.

$k_\infty$ = nombre moyen de neutrons produits dans un milieu infini par unité de temps / nombre moyen de neutrons absorbés dans un milieu infini par unité de temps

$$k_\infty = \frac{\nu \Sigma_1^f \Phi_1 + \nu \Sigma_2^f \Phi_2}{\Sigma_1^a \Phi_1 + \Sigma_2^a \Phi_2} \qquad [C.1]$$

$\Phi_1$ et $\Phi_2$ sont respectivement les flux rapide et thermique en équilibre dans un milieu infini et les quantités $\nu \Sigma_1^f$, $\nu \Sigma_2^f$, $\Sigma_1^a$, $\Sigma_2^a$ sont caractéristiques d'un environnement à $B^2 = 0$.

$k_\infty^\dagger$ = nombre moyen de neutrons produits dans un réacteur par unité de temps / nombre moyen de neutrons absorbés dans un réacteur par unité de temps

Le réacteur est bien entendu composé d'un seul milieu.

$$k_\infty^\dagger = \frac{\nu \Sigma_1^{f'} \Phi_1' + \nu \Sigma_2^{f'} \Phi_2'}{\Sigma_1^{a'} \Phi_1' + \Sigma_2^{a'} \Phi_2'} \qquad [C.2]$$

$\Phi_1'$ et $\Phi_2'$ sont les flux rapide et thermique en équilibre avec un milieu fini et les quantités $\nu \Sigma_1^{f'}$, $\nu \Sigma_2^{f'}$, $\Sigma_1^{a'}$, $\Sigma_2^{a'}$ sont caractéristiques d'un environnement à $B^2 \neq 0$.

En écrivant que le système d'équations :

$$\begin{cases} -D_1' B^2 \Phi_1' - \Sigma_1^{a'} \Phi_1' - \Sigma_{1\to2}^{t'} \Phi_1' + k_\infty^\dagger (\Sigma_1^{a'} \Phi_1' + \Sigma_2^{a'} \Phi_2') = 0 \\ -D_2' B^2 \Phi_2' - \Sigma_2^{a'} \Phi_2' + \Sigma_{1\to2}^{t'} \Phi_1' = 0 \end{cases}$$

a une solution non triviale et en posant :

$$\tau = \frac{D_1'}{\Sigma_1^{a'} + \Sigma_{1\to2}^{t}} \qquad L^2 = \frac{D_2'}{\Sigma_2^{a'}} \qquad p' = \frac{\Sigma_{1\to2}^{t}}{\Sigma_{1\to2}^{t'} + \Sigma_1^{a'}}$$

on obtient :

$$k_\infty^\dagger = \frac{(1 + L^2 B^2)\ (1 + \tau B^2)}{\left[1 + (1 - p')\ L^2 B^2\right]} \qquad [C.3]$$

On définit aussi la quantité :

$$k_\infty^* = (1 + L^2 B^2)\ (1 + \tau B^2) \qquad [C.4]$$

cohérente avec le système d'équations :

$$\begin{cases} - D_1' B^2 \Phi_1' - \Sigma_1^{a'} \Phi_1' - \Sigma_{1\to2}^{t'} \Phi_1' + \dfrac{k_\infty^*}{p'} \Sigma_2^{a'} \Phi_2' = 0 \\ - D_2' B^2 \Phi_2' - \Sigma_2^{a'} \Phi_2' + \Sigma_{1\to2}^{t'} \Phi_1' = 0 \end{cases} \qquad [C.5]$$

On reconnaît dans $k_\infty^*$ "l'approximation aux gros réacteurs".

On peut relier aisément $k_\infty^*$ à $k_\infty^\dagger$. On a :

$$k_\infty^* = k_\infty^\dagger + \frac{(1 + \tau B^2)(1 L^2 B^2)(1 - p') L^2 B^2}{1 + (1 - p') L^2 B^2} \qquad [C.6]$$

$$= k_\infty^\dagger + \mathcal{L}_2 (L^2 B^2)$$

C.2.2. Interprétation

Rappelons que la technique du non-empoisonnement consiste à introduire dans une cavité de volume V ménagée dans un réacteur de volume $V_o$ :

- d'une part, un échantillon du réseau à étudier (variation de réactivité $\Delta\rho_{cell}$),

- d'autre part, un absorbant (variation de réactivité $\Delta\rho_p$).

L'interprétation qui est faite dans les paragraphes suivants ne tient pas compte de l'effet d'accroissement des fuites créé par l'ouverture d'une cavité. Nous discutons ce point en détail dans l'annexe F. On considèrera donc cet effet comme un effet correctif au même titre par exemple que la présence d'azote dans la cavité.

C.2.2.1. Utilisation du réacteur nu homogène associé

En exprimant $\Delta\rho_{cell}$ et $\Delta\rho_p$ dans le réacteur réel et en utilisant la définition de $k_\infty^\dagger$ (les flux correspondant à ce réacteur nu homogène associé sont surmontés d'un tilde) on obtient, après quelques calculs :

$$k_\infty^\dagger = 1 - \frac{\Delta\rho_{cell}}{\Delta\rho_p}\left[\frac{V_p\,\Sigma_2^p\,\Phi_{p,2}}{V_c\,\Sigma_2^a\,\Phi_{c,2}}\right]\left[1 + \frac{\Phi_1^+\,\Sigma_1^p\,\Phi_{p,1}}{\Phi_2^+\,\Sigma_2^p\,\Phi_{p,2}}\right]$$

$$- \frac{(1+\tau B^2)(1+L^2B^2)\left[(1-p)\,L^2B^2\right]}{1+(1-p)\,L^2B^2}$$

$$+ \frac{1+L^2B^2}{1+\tau B^2-(1-p)\,\eta_1 f_1}\left[\tau^2 B^4 - (1-p)\,\eta_1 f_1\,\tau B^2 - \frac{1-\lambda_c}{\lambda_c}(1+\tau B^2)\right]$$

$$- \frac{1+L^2B^2}{1+\tau B^2-(1-p)\,\eta_1 f_1}\left[\left(\frac{(1-p)\,\eta_1 f_1}{\lambda_c} - 1\right)\left(\frac{\dfrac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}\right)\left(\frac{\dfrac{\Phi_1}{\Phi_2} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}}\right)\right.$$

$$\left. + \left(\frac{1-\lambda_c}{\lambda_c} + \frac{\tau B^2}{\lambda_c}\right)\left(\frac{\dfrac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}\right) + \left(\frac{1-\lambda_c}{\lambda_c}(1-p)\,\eta_1 f_1 + \tau B^2\right)\left(\frac{\dfrac{\Phi_1}{\Phi_2} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}}\right)\right] \quad [C.7]$$

avec :

$$\eta_1 \, f_1 = \frac{\nu \, \Sigma_1^f}{\Sigma_1^a}$$

$\Phi_i$ : importance (groupe i) du cas initial (cavité),

$\Sigma_i^p$ : section d'absorption du poison dans le groupe i,

$V^p$ : volume du poison,

$V^c$ : volume de la cellule,

$\Phi_i^c$ : flux moyen dans la cellule (groupe i),

$\Phi_i^p$ : flux moyen dans le poison (groupe i),

$\lambda_c$ : valeur propre pour le réacteur contenant la cellule.

Examinons le contenu de l'expression $k_\infty^\dagger$ :

- la première ligne est le résultat que l'on obtiendrait en spectre établi correspondant à un $B^2 = 0$ ;
- les deuxième et troisième lignes correspondent au fait que $B^2 \neq 0$ ;
- les quatrième et cinquième lignes traduisent une correction de non-fondamentalité du spectre.

Si l'on pose :

$$\mathcal{L}_1(\tau B^2) = \frac{1 + L^2 B^2}{1 + \tau B^2 - (1-p) \eta_1 f_1} \left[ \tau^2 B^4 - (1-p) \eta_1 f_1 \tau B^2 - \frac{1-\lambda_c}{\lambda_c} (1 + \tau B^2) \right]$$

$g(\Delta\Phi, \Delta\Phi^+)$ : correction de non-fondamentalité

avec :

$$\Delta\Phi = \frac{\dfrac{\Phi_1}{\Phi_2} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1}{\tilde{\Phi}_2}} \qquad \Delta\Phi^+ = \frac{\dfrac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+} - \dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}{\dfrac{\tilde{\Phi}_1^+}{\tilde{\Phi}_2^+}}$$

on peut écrire $k_\infty^\dagger$ sous la forme :

$$k_\infty^\dagger = 1 - \frac{\Delta\rho_{cell}}{\Delta\rho_p} \cdot \frac{\mathcal{A}_2^p + \dfrac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+}\,\mathcal{A}_1^p}{\mathcal{A}_2^{cell}} + \mathcal{L}_1(\tau B^2) - \mathcal{L}_2(L^2B^2) + g(\Delta\Phi, \Delta\Phi^+) \qquad [C.8]$$

- Les termes $\mathcal{L}_1(\tau B^2)$, $\mathcal{L}_2(L^2B^2)$, $g(\Delta\Phi, \Delta\Phi^+)$ sont calculés.

- $\Delta\rho_{cell}$ et $\Delta\rho_p$ sont obtenues par divergence à partir des temps de doublement.

- Les absorptions $\mathcal{A}_1^p$, $\mathcal{A}_2^p$, $\mathcal{A}_2^{cell}$ sont mesurées à partir de détecteurs constitués par le poison et par les principaux absorbants composant la cellule.

L'avantage de ce mode d'interprétation est que l'on mesure pratiquement tout (les corrections calculées représentant environ 1 % du $k_\infty^\dagger$) et que l'on fait apparaître des termes ayant des significations physiques claires.

Les inconvénients sont tout d'abord que cette méthode est tout à fait spécifique d'un formalisme à deux groupes et ne peut donc être étendue et que de plus la mesure des termes $\mathcal{A}_1^p$, $\mathcal{A}_2^p$, $\mathcal{A}_2^{cell}$ est très délicate.

C.2.2.2. Méthode directe à deux groupes

Il suffit d'écrire $\Delta\rho_{cell}$ et $\Delta\rho_{p_2}$ à partir des équations de la diffusion à deux groupes sans introduire les $B^2$. On obtient alors :

$$k_\infty^+ = \lambda_c \cdot \frac{\Phi_2^+}{\Phi_1^+} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{\Sigma_1^a \Phi_{c,1}}{\Sigma_2^a \Phi_{c,2}}} \left\{ 1 - \frac{\Delta\rho_{cell}}{\Delta\rho_p} \cdot \frac{V_p \Sigma_2^p \Phi_{p,2}}{V_c \Sigma_2^a \Phi_{c,2}} \right.$$

$$\left. \left[ 1 + \frac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+} \cdot \frac{\Sigma_1^p \Phi_{p,1}}{\Sigma_2^p \Phi_{p,2}} \right] + \frac{\Phi_1^+ \Sigma_1^a \Phi_{c,1}}{\Phi_2^+ \Sigma_2^a \Phi_{c,2}} + \left[ \frac{\Phi_1^+}{\Phi_2^+} - 1 \right] \frac{\Sigma_{1\to2}^a \Phi_{c,1}}{\Sigma_2^a \Phi_{c,2}} \right\} \quad [C.9]$$

Cette méthode qui a le mérite de pouvoir se généraliser facilement à un formalisme multigroupe est plus sensible que la précédente aux incertitudes expérimentales et de calculs.

C.2.2.3. Formalisme multigroupe

On obtient sans difficulté :

$$k_\infty^+ = \lambda_c \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+ \Sigma_i^a \Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu\Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} - \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t \Phi_{c,j} \left[ \Phi_j^+ - \Phi_i^+ \right]}{\sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta\rho_c}{\Delta\rho_p} \cdot \frac{V_p}{V_c} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+ \Sigma_i^p \Phi_{p,i}}{\sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right\} \quad [C.10]$$

Cette relation est intéressante sur le plan théorique mais elle conduit à utiliser largement le calcul.

# ANNEXE D

## METHODE D'INTERPRETATION DE L'EXPERIENCE P.C.T.R. SUR UN RESEAU R.H.T. DANS MARIUS

### D.1 L'EXPRESSION $\tilde{k}^+ = 1$

L'écriture de la condition P.C.T.R. ($\Delta\rho = 0$ entre "cas vide" et "cas plein") à partir de l'équation de Boltzmann, conduit à l'expression : [02]

$$\tilde{k}^+ = \frac{1}{4\pi} \int_c dV \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \int_0^\infty f^+(\vec{r},\vec{\Omega},E)\chi(E)\, dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty \nu\, \Sigma_f(\vec{r},E')\, \tilde{f}(\vec{r},\vec{\Omega}',E')\, dE' \Bigg/ \left\{ \int_c dV \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \int_0^\infty f^+(\vec{r},\vec{\Omega},E)\Sigma_t(\vec{r},\vec{\Omega},E)\tilde{f}(\vec{r},\vec{\Omega},E)\, dE - \int_c dV \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \int_0^\infty f^+(\vec{r},\vec{\Omega},E)\, dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'\to\vec{\Omega},E'\to E)\, \tilde{f}(\vec{r},\vec{\Omega}',E')\, dE' \right\} = 1 \qquad [D.1]$$

$\int_{\sim c}$ : représente une intégration sur le volume de la perturbation,

$f$ : est le flux en phase dans le cas vide (cavité),

$f^+$ : est la fonction adjointe du flux en phase dans le cas plein,

$\chi(E)$ : spectre de fission,

$\Sigma_t(\vec{r},\vec{\Omega},E)$ : section efficace totale,

$\Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'\to\vec{\Omega},E'\to E)$ : section efficace différentielle de transfert.

Le $\sim$ sur $k^+$ traduit le fait que l'on travaille en théorie exacte des perturbations.

Le numérateur de [D.1] peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{1}{4\pi} \int_c dV \int_o^\infty \Phi^+(\vec{r},E)\chi(E)\, dE \int_o^\infty \nu\, \Sigma_f(\vec{r},E')\tilde{\Phi}(\vec{r},E')\, dE'$$

Pour ne pas conserver dans le dénominateur le flux en phase ou sa fonction adjointe qui ne peuvent être obtenus pratiquement, il est nécessaire de faire des hypothèses sur la loi de choc.

Si l'on joint ces hypothèses à celle d'isotropie du milieu, on peut écrire :

D.1.1. Cas du choc linéairement anisotrope

$$\Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'\to\vec{\Omega},E'\to E) = \Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'.\vec{\Omega},E'\to E) = \frac{1}{4\pi}\left[\Sigma_s(\vec{r},E'\to E) + \Sigma_s^1(\vec{r},E'\to E)\ \vec{\Omega}'.\vec{\Omega}\right]$$

avec :

$$\Sigma_s(\vec{r},E'\to E) = \int_{4\pi} \Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'.\vec{\Omega},E'\to E)\, d\vec{\Omega}$$

et :

$$\Sigma_s^1(\vec{r},E'\to E) = 3\int_{4\pi} \vec{\Omega}'.\vec{\Omega}\ \Sigma_s(\vec{r},\vec{\Omega}'.\vec{\Omega},E'\to E)\, d\vec{\Omega}$$

D'où, en introduisant les courants :

$$\tilde{k}^{+} = \frac{1}{4\pi}\int_c dV \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\chi(E)\,dE \int_o^\infty \nu\,\Sigma_f(\vec{r},E')\tilde{\Phi}(\vec{r},E')\,dE' \Bigg/ \left\{ \frac{1}{4\pi}\int_c dV \right.$$

$$\left[ \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\Sigma_t(\vec{r},E)\tilde{\Phi}(\vec{r},E)\,dE - \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\,dE \int_o^\infty \Sigma_s(\vec{r},E'\to E)\tilde{\Phi}(\vec{r},E')\,dE' \right]$$

$$+ \frac{1}{4\pi}\int_c dV \left[ 3\int_o^\infty \vec{J}^{+}(\vec{r},E)\Sigma_t(\vec{r},E)\tilde{\vec{J}}(\vec{r},E)\,dE - \int_o^\infty \vec{J}^{+}(\vec{r},E)\,dE \right.$$

$$\left.\left. \int_o^\infty \Sigma_s^1(\vec{r},E'\to E)\tilde{\vec{J}}(\vec{r},E')\,dE' \right] \right\} \qquad [D.2]$$

D.1.2. Cas de la correction de transport

$$\tilde{k}^{+} = \frac{1}{4\pi}\int_c dV \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\chi(E)\,dE \int_o^\infty \nu\,\Sigma_f(\vec{r},E')\tilde{\Phi}(\vec{r},E')\,dE' \Bigg/ \left\{ \frac{1}{4\pi}\int_c dV \right.$$

$$\left[ \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\Sigma_t(\vec{r},E)\tilde{\Phi}(\vec{r},E)\,dE - \int_o^\infty \Phi^{+}(\vec{r},E)\,dE \int_o^\infty \Sigma_s(\vec{r},E'\to E)\tilde{\Phi}(\vec{r},E')\,dE' \right]$$

$$\left.\left. + \frac{1}{4\pi}\int_c dV \left[ 3\int_o^\infty \vec{J}^{+}(\vec{r},E)\Sigma_{tr}(\vec{r},E)\tilde{\vec{J}}(\vec{r},E)\,dE \right] \right\} \qquad [D.3]$$

avec :

$$\Sigma_{tr}(\vec{r},E) = \Sigma_t(\vec{r},E) - \bar{\mu}\,\Sigma_s(\vec{r},E) = \Sigma_a(\vec{r},E) + \Sigma_s(\vec{r},E)\left[1 - \bar{\mu}\right]$$

$\bar{\mu}$ est le cosinus moyen de l'angle des directions du neutron avant et après le choc.

## D.2 CALCUL PRATIQUE DE $\tilde{k}^{+}$ A PARTIR D'UN CODE DE CELLULE

Dans le cas où le réacteur est supposé être infini axialement et la cavité située au centre du réacteur (la cavité étant supposée aussi infinie axialement), on obtient, en l'absence d'hétérogénéités azimutales :

$$\tilde{\vec{J}}(\vec{r},E) = 0$$

et l'expression de la condition P.C.T.R. devient, dans le cas de l'hypothèse du choc linéairement anisotrope ou de la correction de transport :

$$\tilde{k}_o^{+} = \frac{\displaystyle\int_o^{R_c} rdr \int_o^{\infty} \Phi^{+}(r,E)\chi(E)dE \int_o^{\infty} \nu\, \Sigma_f(r,E')\tilde{\Phi}(r,E')dE'}{\displaystyle\int_o^{R_c} rdr \left[ \int_o^{\infty} \Phi^{+}(r,E)\Sigma_t(r,E)dE - \int_o^{\infty} \Phi^{+}(r,E)dE \int_o^{\infty} \Sigma_s(r,E'\to E)\tilde{\Phi}(r,E')\, dE' \right]} = 1 \qquad [D.4]$$

$R_c$ est le rayon de la cavité.

L'expression [D.4] peut être obtenue directement à partir du code APOLLO. Ce dernier résout en effet l'équation intégrale du transport après discrétisation en espace et en énergie et fournit le flux comme solution de :

$$\Phi_i^g = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{g'=1}^{g'=p} \frac{p_{ij}^g}{\Sigma_{tj}^g} \left[ \Sigma_{sj}^{g'\to g} + \chi_j^g\, \nu\, \Sigma_{fj}^{g'} \right] \Phi_j^{g'}$$

ainsi que la fonction adjointe :

$$\Phi_i^{g+} = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{g'=1}^{g'=p} \frac{p_{ij}^g}{\Sigma_{tj}^g} \left[ \Sigma_{sj}^{g'\to g} + \chi_j^g\, \nu\, \Sigma_{fj}^{g'} \right] \Phi_j^{g'+}$$

i et g représentent les zones d'espace et d'énergie où le flux est calculé,

j et g' représentent les zones d'espace et d'énergie courantes,

n est le nombre de zones d'espace,

p est le nombre de groupes d'énergie,

$P_{ij}^{g}$ est la probabilité pour qu'un neutron né dans le groupe g de la zone i subisse une collision dans la zone j.

Le flux $\tilde{\Phi}$ est obtenu par un calcul en supercellule.

D.3 CORRECTION DE SPECTRE

Nous ne développons ici que la correction de non-fondamentalité. Toutes les autres corrections ayant été examinées dans la deuxième partie.

Si l'on appelle :

$$\tilde{k}_{n.f.}^{+\,t}$$

une expression telle que [D.1] où l'indice t rappelle que le calcul est fait en théorie de transport et n.f. qu'il s'agit du spectre réel de pile, c'est-à-dire non fondamental, on doit écrire pour le résultat de l'expérience P.C.T.R. :

$$\tilde{k}_{n.f.}^{+\,t} = 1.$$

Le calcul de cellule nous fournit une quantité qui est calculée en spectre fondamental et que l'on peut écrire :

$$\tilde{k}_{f.}^{+\,t}$$

Si l'on suppose que l'on peut faire la correction de spectre en théorie de la diffusion, c'est-à-dire si :

$$\frac{\tilde{k}_{n.f.}^{+\,t}}{\tilde{k}_{f.}^{+\,t}} \simeq \frac{\tilde{k}_{n.f.}^{+\,d}}{\tilde{k}_{f.}^{+\,d}}$$

(l'indice d rappelant que les calculs sont faits en théorie de la diffusion),

on peut écrire comme résultat de l'expérience :

$$\tilde{k}^{+t}_{f.} \times \frac{\displaystyle\int_c \sum_{j=1}^{j=M} \chi_j \dot{\Phi}^+_j \sum_{i=1}^{i=M} \nu \dot{\Sigma}^f_i \dot{\Phi}_i \, dV}{\displaystyle\int_c \sum_{i=1}^{i=M} \dot{\Sigma}^a_i \dot{\Phi}_i \dot{\Phi}^+_i \, dV + \int_c \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \dot{\Sigma}^t_{j\to i} \left[ \dot{\Phi}_j \dot{\Phi}^+_j - \dot{\Phi}_j \dot{\Phi}^+_i \right] dV} = 1 \qquad [D.5]$$

$$\frac{\displaystyle\int_c \sum_{j=1}^{j=M} \chi_j \Phi^+_j \sum_{i=1}^{i=M} \nu \Sigma^f_i \Phi_i \, dV}{\displaystyle\int_c \sum_{i=1}^{i=M} \Sigma^a_i \Phi_i \Phi^+_i \, dV + \int_c \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \Sigma^t_{j\to i} \left[ \Phi_j \Phi^+_j - \Phi_j \Phi^+_i \right] dV}$$

Les quantités non pointées correspondent au spectre fondamental et les quantités pointées au spectre de pile. Dans l'interprétation qui a été faite, la quantité qui multiplie le $\tilde{k}^{+t}_{f.}$ a été calculée au 1er ordre. L'introduction du coefficient de diffusion effectif d'une cavité permet de le calculer exactement.

# ANNEXE E

## DETERMINATION EXPERIMENTALE DU TEMPS DE VIE DES NEUTRONS PROMPTS

### E.1 PRINCIPE [25]

Le temps de vie $\ell$ des neutrons prompts peut être obtenu à partir du code CHRONOS (voir Annexe A) par la relation :

$$\ell = \frac{\int_R \sum_{i=1}^{i=M} \frac{\Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_i(\vec{r})}{v_i}\, dV}{\int_R \left\{ \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \left[ (1-\beta^k)\chi_{p,i}^k + \beta^k \chi_{r,i}^k \right] \nu\, \Sigma_j^{f,k}\ \Phi_i^+(\vec{r})\Phi_j(\vec{r}) \right\} dV} \qquad [E.1]$$

Si l'on remarque que la formule de Nordheim peut se mettre sous la forme :

$$\rho = a\ \ell + b$$

où a et b sont des fonctions du temps de doublement T de la population neutronique, il va être possible d'obtenir $\ell$ par expérience.

En effet, considérons un réacteur dans un état i (caractérisé par son chargement) et appliquons lui une perturbation ; il verra sa période passer de $T_o^i$ à $T_1^i$ et l'on aura :

$$\Delta\rho^i = (a_1^i - a_o^i)\ \ell + (b_1^i - b_o^i) \qquad [E.2]$$

Réalisant N perturbations en réactivité identiques dans différents états du réacteur, il est possible de tracer le faisceau de droites :

$$\Delta\rho^i = f(\ell) \qquad i = 1, 2, \ldots, N$$

et la valeur de $\ell$ cherchée se trouve au point de concours de ces droites.

## E.2 EXPERIENCE

Nous avons obtenu les divers états i du réacteur en chargeant en périphérie de la zone au pas 224 des canaux de B1B31.

La perturbation était obtenue en remplaçant au centre de la pile une cavité de 20 cm de long (matérialisée par un boîtier de magnésium) par un bloc de plomb de même longueur.

Pour 12 états de réacteurs (caractérisés par le nombre de canaux de la zone au pas 224), nous avons fait en moyenne 8 divergences :

- 4 dans la "position 0" : cavité,
- 4 dans la "position 1" : bloc de plomb.

Après correction pour les petites variations de pression et élimination de certaines expériences présentant des dérives dues à des variations de pression importantes, on a obtenu en valeurs moyennes :

| Nombre de canaux (au pas 224) | T position 1 (secondes) | T position 0 (secondes) |
|---|---|---|
| 172 | 204,9 | 125,1 |
| 174 | 118,6 | 83,75 |
| 176 | 67,87 | 52,83 |
| 180 | 34,81 | 29,09 |
| 182 | 26,92 | 22,94 |
| 184 | 19,27 | 16,72 |
| 185 | 16,57 | 14,47 |
| 186 | 14,48 | 12,72 |

TABLEAU E.1

## E.3 INTERPRETATION

Un programme (ELLE), calqué sur le formalisme de CHRONOS permet l'interprétation automatique d'une telle expérience ; ce programme calcule en effet les quantités :

$$\Delta\rho^{i}(\ell) = f^{i} \left\{ 0{,}693\ \ell \left[ \frac{1}{T_1^i} - \frac{1}{T_o^i} \right] + \sum_{k'=1}^{k'=K'} \sum_{i'=II}^{i'=IF} \sum_{\ell=1}^{\ell=L} \sum_{k=1}^{k=K} \frac{(U/D)_{k'}^{i'}}{\beta'} \gamma_{k'}^{\ell}\, g_{k'}^{i} \right.$$

$$\left. \left[ \frac{\beta_k^{\ell}\ \tau_k^{\ell}}{T_1^i + \tau_k^{\ell}} - \frac{\beta_k^{\ell}\ \tau_k^{\ell}}{T_o^i + \tau_k^{\ell}} \right] \right\} \qquad [E.3]$$

L'indice i est un indice courant sur les divers états du réacteur.

$T_o^i$ est le temps de doublement pour la position 0 de l'état i.

$T_1^i$ est le temps de doublement pour la position 1 de l'état i.

i' est un indice courant sur les (IF-II+1) groupes d'énergie supplémentaires permettant de traiter la diffusion des neutrons retardés.

k' est un indice courant sur les K milieux physiques composant le réacteur.

$\frac{(U/D)_{k'}^{i'}}{\beta'}$ est un terme qui permet de prendre en compte les différences de fuites entre les neutrons prompts et retardés dues à leurs spectres d'émission qui ne sont pas identiques.

$\gamma_{k'}^{\ell}$ est un terme fournissant l'origine isotopique des neutrons.

$f^i$ et $g_{k'}^i$, sont des termes correctifs permettant respectivement de prendre en compte :

- la variation des intégrales de flux normalisées avec le chargement,
- la variation avec ce même chargement de l'origine isotopique des neutrons et des différences de fuites entre neutrons prompts et retardés.

Le programme ELLE trace directement sur papier graphique le faisceau de droites ainsi que la variance (fonction de $\ell$). La valeur cherchée se trouve pour le minimum de cette fonction.

Sur la figure E.1 est représenté le faisceau de droites et sur la figure E.2 la variance.

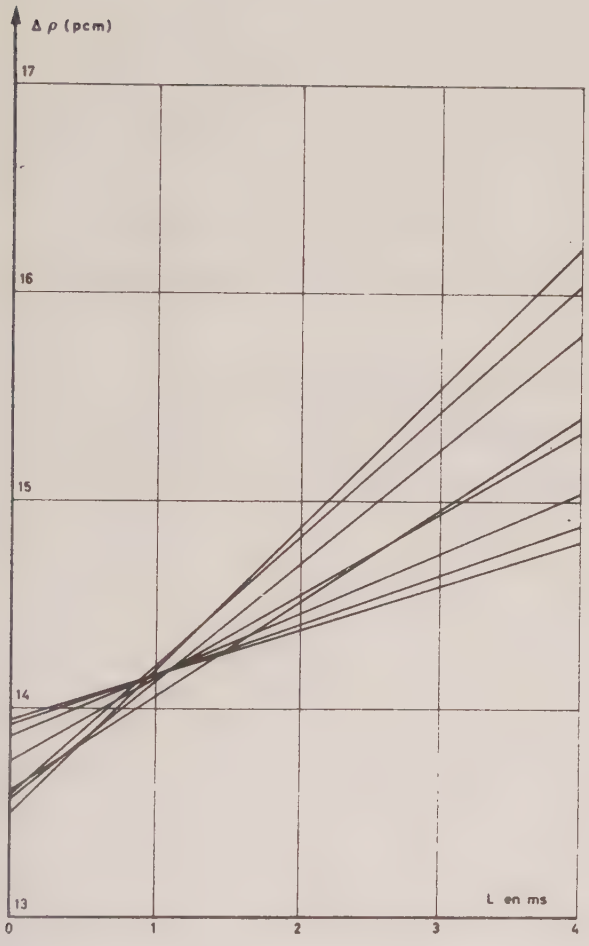



Figure E.1

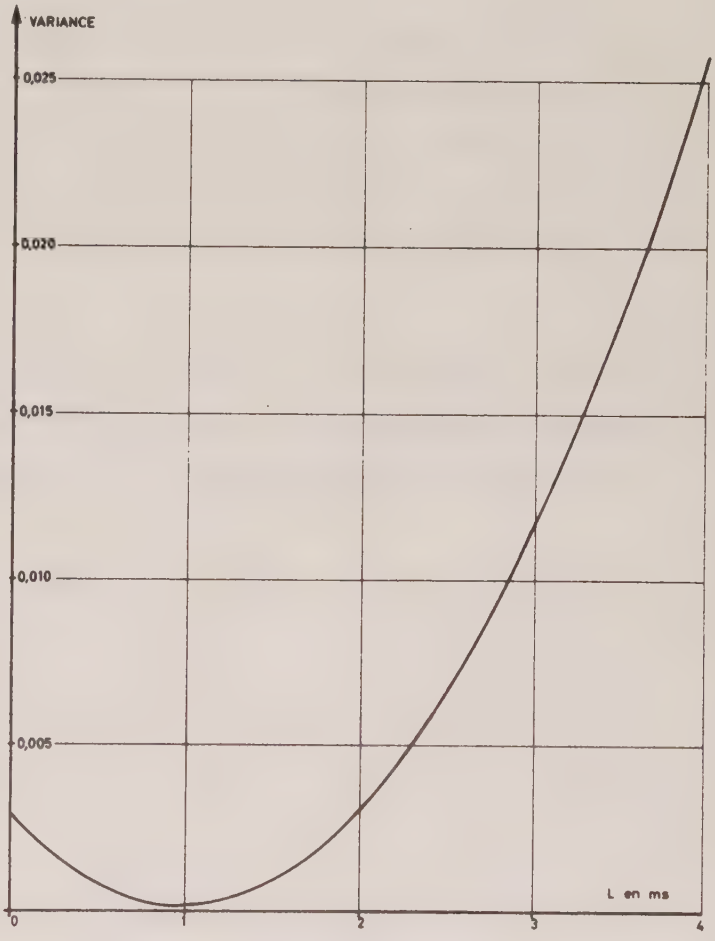



Figure E.2

La valeur expérimentale est :

$$\ell = 0,98 \pm 0,05 \text{ ms}$$

La valeur calculée à partir de CHRONOS est :

$$\ell = 0,93 \text{ ms.}$$

E.4 CONCLUSION

Si le temps de vie des neutrons prompts n'est pas un élément fondamental dans la mesure de petites variations de réactivité (une erreur de 5 % sur $\ell$ conduit à une erreur de 5 ‰ sur $\rho$ pour des réactivités de quelques p.c.m. dans le cas de MARIUS III), il est très intéressant de pouvoir obtenir par l'expérience une quantité intégrale faisant intervenir tous les milieux physiques contenus dans le réacteur.

L'incertitude sur la valeur expérimentale provient surtout des variations de pression inévitables dans une pile à l'air libre. Une précision largement supérieure pourrait être obtenue dans une pile contenue dans une enceinte étanche.

# ANNEXE F

## DEMONSTRATION DE L'ABSENCE DE PRISE EN COMPTE DU TERME "VARIATION DE FUITES" DANS L'INTERPRETATION DES EXPERIENCES H.T.L.T.R.

Soit un réacteur de volume $V_o$ composé d'un nombre quelconque de régions ; ce volume $V_o$ est limité extérieurement par une surface $S_o$ et intérieurement par une surface S délimitant un volume V dans lequel on pourra placer une cellule à étudier ou un absorbant. (Fig. F.1). On désignera par $V_1$ la réunion de V et $V_o$.

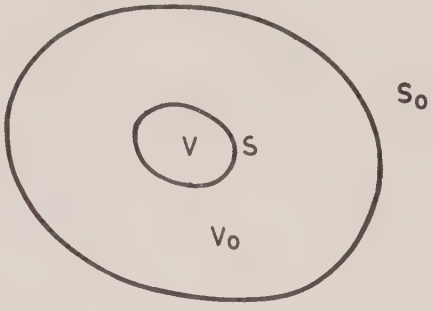



Fig. F.1

Ecrivons les équations de la diffusion dans le cas où V est vide.

L'équation directe relative au groupe d'énergie i s'écrit :

$$-\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i(\vec{r}) + \left[\Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{j=N}\Sigma_{i\to j}^t(\vec{r})\right]\Phi_i(\vec{r}) - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=N}\Sigma_{j\to i}^t(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r})$$

$$= \frac{1}{\lambda}\chi_i \sum_{j=1}^{j=N} \nu\,\Sigma_j^f(\vec{r})\,\Phi_j(\vec{r}) \qquad i = 1, \ldots, N \qquad [F.1]$$

On peut mettre le système sous la forme::

$$T\,|\,\Phi> = \frac{1}{\lambda}\,P\,|\,\Phi> \qquad [F.2]$$

De même l'équation adjointe relative au groupe i s'écrit :

$$-\vec{\nabla}.D_i(\vec{r})\vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) + \left[\Sigma_i^a(\vec{r}) + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=N} \Sigma_{i\to j}^t(\vec{r})\right] \Phi_i^+(\vec{r}) - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=N} \Sigma_{i\to j}^t \Phi_j^+$$

$$= \frac{1}{\lambda} \nu \Sigma_i^f(\vec{r}) \sum_{j=1}^{j=N} \chi_j \Phi_j^+(\vec{r}) \qquad i = 1, \ldots, N \qquad [F.3]$$

On peut écrire le système adjoint sous la forme :

$$T^+ \mid \Phi^+ > = \frac{1}{\lambda} P^+ \mid \Phi^+ > \qquad [F.4]$$

Ces équations étant relatives à un état du réacteur correspondant au volume V vide, on aura, si on introduit un corps dans V :

$$T_c \mid \Phi_c > = \frac{1}{\lambda_c} P_c \mid \Phi_c > \qquad [F.5]$$

$$T_c^+ \mid \Phi_c^+ > = \frac{1}{\lambda_c} P_c^+ \mid \Phi_c^+ > \qquad [F.6]$$

En multipliant [F.5] à gauche par $\Phi^+$ et [F.4] à gauche par $\Phi_c$, on obtient :

$$< \Phi^+ \mid T_c \mid \Phi_c > = \frac{1}{\lambda_c} < \Phi^+ \mid P_c \mid \Phi_c > \qquad [F.7]$$

$$< \Phi_c \mid T^+ \mid \Phi^+ > = \frac{1}{\lambda} < \Phi_c \mid P^+ \mid \Phi^+ > \qquad [F.8]$$

Le symbole < > désignant ici simplement une intégration sur l'énergie et les relations [F.7] et [F.8] étant valables quelque soit $\vec{r}$, on peut les intégrer sur un volume $\tau$ quelconque.

On peut écrire, en retranchant membre à membre [F.8] à [F.7] :

$$\int_{\tau} \left[ \langle \Phi^+ | T_c | \Phi_c \rangle - \langle \Phi_c | T^+ | \Phi^+ \rangle \right] dV = \frac{1}{\lambda_c} \int_{\tau} \langle \Phi^+ | P_c | \Phi_c \rangle \, dV$$

$$- \frac{1}{\lambda} \int_{\tau} \langle \Phi_c | P^+ | \Phi^+ \rangle \, dV \qquad [F.9]$$

Donnons maintenant en parallèle la démonstration faite par B.N.W.L. (reprise par G.G.A.) et la notre (partie droite de la page). Elles diffèrent au départ sur le choix de $\tau$.

- B.N.W.L. choisit une intégration sur le volume $V_o$.

- Nous choisissons une intégration sur tout le volume du réacteur $V_1$.

$$\tau = V_o$$

$$\int_{V_o} \left[ \langle \Phi^+ | T_c | \Phi_c \rangle - \langle \Phi_c | T^+ | \Phi^+ \rangle \right] \, dV$$

$$= \frac{1}{\lambda_c} \int_{V_o} \langle \Phi^+ | P_c | \Phi_c \rangle \, dV - \frac{1}{\lambda} \int_{V_o} \langle \Phi_c | P^+ | \Phi^+ \rangle \, dV \qquad [F.10]$$

En tenant compte que dans $V_o$ $T_c \neq T$ et $P_c = P$,

on obtient :

$$- \int_{V_o} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r}) \, \vec{\nabla} D_i(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r}) \, \vec{\nabla} D_i(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} \, dV$$

$$= \left[ \frac{1}{\lambda_c} - \frac{1}{\lambda} \right] \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \, \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] \, dV \qquad [F.11]$$

En utilisant l'identité :

$$\vec{\nabla} \left[ \Psi_1 \, D \, \vec{\nabla} \Psi_2 \right] = \vec{\nabla} \Psi_1 \, D \, \vec{\nabla} \Psi_2 + \Psi_1 \, \vec{\nabla} D \, \vec{\nabla} \Psi_2 \qquad [F.12]$$



$$\tau = V_1$$

$$\int_{V_1} \left[ \langle \Phi^+ | T_c | \Phi_c \rangle - \langle \Phi_c | T^+ | \Phi^+ \rangle \right] \, dV$$

$$= \frac{1}{\lambda_c} \int_{V_1} \langle \Phi^+ | P_c | \Phi_c \rangle \, dV - \frac{1}{\lambda} \int_{V_1} \langle \Phi_c | P^+ | \Phi^+ \rangle \, dV \qquad [F.18]$$

En tenant compte que dans $V_o$ $T_c = T$ et $P_c = P$ et que :

$$\int_{V_1} = \int_{V} + \int_{V_o}$$

on obtient :

$$\int_{V_1} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r}) \, \vec{\nabla} D_i(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r}) \, \vec{\nabla} D_i(\vec{r}) \, \vec{\nabla} \Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} \, dV$$

$$- \int_{V} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a(\vec{r}) \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] \, dV - \int_{V} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j \to i}^t \, \Phi_{c,j}(\vec{r}) (\Phi_j^+(\vec{r}) - \Phi_i^+(\vec{r})) \right] \, dV$$

$$= \left[ \frac{1}{\lambda_c} - \frac{1}{\lambda} \right] \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \, \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] \, dV$$

$$- \frac{1}{\lambda_c} \int_{V} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \, \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] \, dV \qquad [F.19]$$

En utilisant l'identité :

$$\vec{\nabla} \left[ \Psi_1 \, D \, \vec{\nabla} \Psi_2 \right] = \vec{\nabla} \Psi_1 \, D \, \vec{\nabla} \Psi_2 + \Psi_1 \, \vec{\nabla} D \, \vec{\nabla} \Psi_2$$

on obtient :

$$- \int_{S+S_o} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} d\vec{S}$$

$$= \left[ \frac{1}{\lambda_c} - \frac{1}{\lambda} \right] \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.13]$$

$\vec{S}$ vecteur normal à la surface d'intégration et dirigé vers l'extérieur de cette surface. En posant :

$$\frac{1}{\lambda_c} - \frac{1}{\lambda} = \Delta\rho_c$$

et en tenant compte que :

$$\Phi_i^+(\vec{r}) = 0 \quad \text{sur} \quad S_o \quad \text{et} \quad \Phi_{c,i}(\vec{r}) = 0 \quad \text{sur} \quad S_o \qquad \forall\, i \in [1\ ;\ N]$$

on obtient :

$$\int_S \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] d\vec{S} + \int_S \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] d\vec{S}$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(r)\ \Phi_i^+(r)\ \Phi_{c,j}(r) \right] dV$$



on obtient :

$$\int_{V_1} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} dV =$$

$$\int_{S_o} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] \right\} d\vec{S} - \int_{S_o} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} d\vec{S}$$

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV + \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.20]$$

$\vec{S}$ vecteur normal à la surface d'intégration et dirigé vers l'extérieur de cette surface.

En tenant compte que :

$$\Phi_i^+(\vec{r}) = 0 \text{ sur } S_o \text{ et } \Phi_{c,i}(\vec{r}) = 0 \text{ sur } S_o \qquad \forall\, i \in [1\ ;\ N]$$

on obtient :

$$\int_{V_1} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} dV =$$

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV + \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.20']$$

L'hypothèse supplémentaire faite dans cette démonstration est que :

$\vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) = 0$ sur S.

Or, cette hypothèse ne peut être faite dans le cas général, le flux adjoint n'étant pas factorisable.

Mettons entre crochets $[\![\ ]\!]$ l'expression que cette hypothèse annule :

$$\int_S \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] d\vec{S} + \left[\!\!\left[ \int_S \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] d\vec{S} \right]\!\!\right]$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.14]$$

Repassons en intégrales de volumes :

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla} \left\{ \Phi_i^+(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right\} \right] dV - \left[\!\!\left[ \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla} \left\{ \Phi_{c,i}(\vec{r}) D_i(\vec{r}) \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right\} \right] dV \right]\!\!\right]$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.15]$$

En utilisant la relation [F.12] et les systèmes d'équations [F.1] et [F.2] on déduit facilement :

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV - \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) (\Phi_j^+(\vec{r}) - \Phi_i^+(\vec{r})) \right] dV$$

$$+ \frac{1}{\lambda_c} \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+(\vec{r}) \chi_i \sum_{j=1}^{j=N} \nu\Sigma_j^f(\vec{r}) \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \left[\!\!\left[ - \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) D_i(\vec{r}) \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV \right]\!\!\right]$$

$$+ \left[\!\!\left[ \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] dV \right]\!\!\right]$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.16]$$



Aucune hypothèse n'est faite sur la valeur de $\vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r})$ sur la surface S.

En posant :

$$\frac{1}{\lambda_c} - \frac{1}{\lambda} = \Delta\rho_c$$

la formule [F.19] s'écrit :

$$\int_{V_1} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} \left[ \Phi_i^+(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) - \Phi_{c,i}(\vec{r})\ \vec{\nabla}D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] \right\} dV$$

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV - \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t\ \Phi_{c,j}(\vec{r})\ (\Phi_j^+(\vec{r}) - \Phi_i^+(\vec{r})) \right] dV$$

$$+ \frac{1}{\lambda_c} \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV$$

En tenant compte maintenant de [F.20'] on obtient :

$$- \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV - \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) (\Phi_j^+(\vec{r}) - \Phi_i^+(\vec{r})) \right] dV$$

$$+ \frac{1}{\lambda_c} \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \Phi_i^+(\vec{r}) \chi_i \sum_{j=1}^{j=N} \nu\Sigma_j^f(\vec{r}) \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV - \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) D_i(\vec{r}) \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r}) \right] dV$$

$$+ \int_V \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \vec{\nabla}\Phi_{c,i}(\vec{r})\ D_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \right] dV$$

$$= \Delta\rho_c \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=N} \chi_i\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \qquad [F.21]$$

Dans le quatrième terme de l'expression [F.16] , $D_i(\vec{r})$ est le coefficient de diffusion du combustible tandis que dans le cinquième, c'est le coefficient de diffusion effectif de la cavité. Nous appellerons $\delta D_i(\vec{r})$ la différence de ces deux valeurs.

En faisant des calculs analogues pour l'introduction du poison et en introduisant la définition de $k_\infty^\dagger$,(voir Annexe C) on trouve :

$$k_\infty^\dagger = \lambda^c \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a \Phi_i^+ \Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} - \frac{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t \Phi_{c,j} (\Phi_j^+ - \Phi_i^+)}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta\rho_c}{\Delta\rho_p} \cdot \frac{V_p}{V_c} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^p \Phi_i^+ \Phi_{p,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} + \left[\!\!\left[ \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \delta D_i \vec{\nabla}\Phi_i^+ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right]\!\!\right] \right\} \qquad [F.17]$$

Toutes les grandeurs de l'expression [F.17] sont représentées par leurs valeurs moyennes.

Rappelons que l'expression entre [[ ]] est prise nulle dans l'interpétation G.G.A.



$D_i(\vec{r})$ représente dans le quatrième terme de [F.21] le coefficient de diffusion du combustible et dans le cinquième le coefficient de diffusion effectif de la cavité. Appelons $\delta D_i(\vec{r})$ la différence des deux valeurs.

En faisant des calculs analogues pour l'introduction du poison et en introduisant la définition de $k_\infty^\dagger$, (voir Annexe C) on trouve :

$$k_\infty^\dagger = \lambda^c \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^a \Phi_i^+ \Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} - \frac{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \Sigma_{j\to i}^t \Phi_{c,j} (\Phi_j^+ - \Phi_i^+)}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta\rho_c}{\Delta\rho_p} \cdot \frac{V_p}{V_c} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Sigma_i^p \Phi_i^+ \Phi_{p,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} + \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \delta D_i \vec{\nabla}\Phi_i^+ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}} \right\} \qquad [F.22]$$

Toutes les grandeurs de l'expression [F.22] sont représentées par leurs valeurs moyennes.

On déduit de tout ceci que $k_\infty^\dagger = (k_\infty^\dagger)$ G.G.A. $+ \lambda_c \dfrac{\sum_{i=1}^{i=N} \delta D_i \vec{\nabla}\Phi_i^+ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}}$ [F.23]

Or, le terme $\delta\rho = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=N} \delta D_i \vec{\nabla}\Phi_i^+ \vec{\nabla}\Phi_{c,i}}{\sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f \Phi_i^+ \Phi_{c,j}}$ existe bien ; nous l'avons mesuré.

Remarque : Nous avons fait l'hypothèse, dans les deux démonstrations, que :

$$\left[ \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \right]_{\text{combustible dans V}}$$

$$= \left[ \int_{V_o} \left[ \sum_{i=1}^{i=N}\sum_{j=1}^{j=N} \chi_i \nu \Sigma_j^f(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \Phi_{c,j}(\vec{r}) \right] dV \right]_{\text{poison dans V}}$$

De plus, nous avons supposé que le coefficient de diffusion effectif de la cavité était le même avec ou sans poison. Il est facile d'envisager le cas général [29].

## ANNEXE G

## CALCUL DE L'EFFET DES HETEROGENEITES AXIALES PAR ALCYON

Soit un train mobile composé de N éléments. Faisons lui subir une translation d'amplitude égale à la longueur de k éléments (figure G.1) .

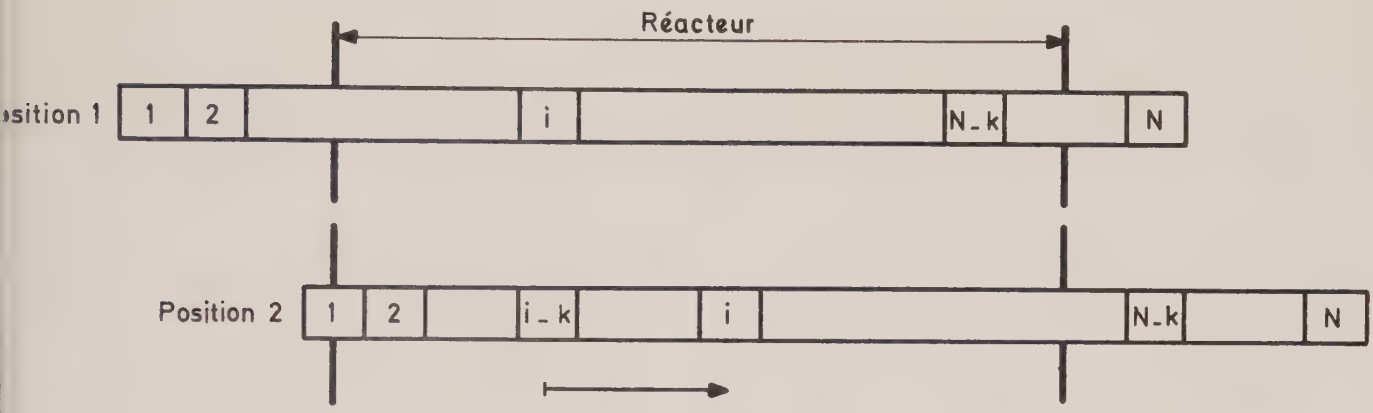



Figure G.1

La variation de réactivité $\Delta\rho_{h.a.}$ s'écrit, en théorie de la perturbation au 1er ordre :

$$\Delta\rho_{h.a.} = \frac{1}{\int_{\text{Réacteur}} \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \chi_i \, \Phi_i^+(\vec{r}) \sum_{j=1}^{j=M} \nu \, \Sigma_j^f(\vec{r}) \, \Phi_j(\vec{r}) \right] dV}$$

$$\left\{ - \int_v \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \delta D_i(\vec{r}) \vec{\nabla}\Phi_i^+(\vec{r}) \vec{\nabla}\Phi_i(\vec{r}) \right] dV - \int_v \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \delta\Sigma_i^a(\vec{r}) \Phi_i^+(\vec{r}) \Phi_i(\vec{r}) \right] dV \right.$$

$$+ \int_v \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \delta\Sigma_{j\to i}^t(\vec{r}) \, (\Phi_j(\vec{r})\Phi_i^+(\vec{r}) - \Phi_j(\vec{r})\Phi_j^+(\vec{r})) \right] dV$$

$$\left. + \frac{1}{k_o} \int_v \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \chi_i \, \Phi_i^+(\vec{r}) \sum_{j=1}^{j=M} \delta\nu\Sigma_j^f(\vec{r}) \Phi_j(\vec{r}) \right] dV \right\} \qquad [G.1]$$

$\delta X(\vec{r})$ représente la variation de la quantité X entre les deux positions 1 et 2. v est le volume du train mobile.

Si l'on désigne par $V_{\alpha+k}$ le volume occupé par l'élément $\alpha+k$ dans la position 1, c'est-à-dire par l'élément k dans la position 2, le code ALCYON calcule les quantités :

$$S_{i,j}^{\alpha+k} = \frac{1}{I_p} \int_{V_{\alpha+k}} \Phi_i(\vec{r})\ \Phi_j^+(\vec{r})\ dV \qquad [G.2]$$

$$V_i^{\alpha+k} = \frac{1}{I_p} \int_{V_{\alpha+k}} \vec{\nabla}\ \Phi_i(\vec{r})\ \vec{\nabla}\ \Phi_i^+(\vec{r})\ dV \qquad [G.3]$$

avec :

$$I_p = \int_{\text{Réacteur}} \left[ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i\ \Phi_i^+(\vec{r})\ \nu\ \Sigma_j^f(\vec{r})\ \Phi_j(\vec{r}) \right] dV \qquad [G.4]$$

Si :

$\delta_\alpha^{\alpha+k} X$ représente la variation de la quantité moyenne X dans le passage de la position 1 à la position 2, on peut écrire [G.1] sous la forme :

$$\Delta\rho_{h.a.} = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=N-k} \left[ - \sum_{i=1}^{i=M} \delta_\alpha^{\alpha+k}\ D_i\ V_i^{\alpha+k} - \sum_{i=1}^{i=M} \delta_\alpha^{\alpha+k}\ \Sigma_i^a\ S_{i,i}^{\alpha+k} \right.$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j'=1}^{j'=M} \delta_\alpha^{\alpha+k}\ \Sigma_{j\to i}^t\ (S_{j,i}^{\alpha+k} - S_{j,j}^{\alpha+k})$$

$$\left. + \frac{1}{k_o} \sum_{j=1}^{j=M} \delta_\alpha^{\alpha+k}\ \nu\ \Sigma_j^f \sum_{i=1}^{i=M} \chi_i\ S_{j,i}^{\alpha+k} \right] \qquad [G.5]$$

Ou encore :

$$\Delta\rho_{h.a.} = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=N-k} \delta Y_\alpha^{\alpha+k} + \delta Z_\alpha^{\alpha+k} - \delta W_\alpha^{\alpha+k} - \delta X_\alpha^{\alpha+k} \qquad [G.6]$$

avec :

$$\delta W_\alpha^{\alpha+k} = \sum_{i=1}^{i=M} \delta_\alpha^{\alpha+k} D_i V_i^{\alpha+k} \qquad [G.7]$$

$$\delta X_\alpha^{\alpha+k} = \sum_{i=1}^{i=M} \delta_\alpha^{\alpha+k} \Sigma_i^a S_{i,i}^{\alpha+k} \qquad [G.8]$$

$$\delta Y_\alpha^{\alpha+k} = \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \delta_\alpha^{\alpha+k} \Sigma_{j\to i}^t (S_{j,i}^{\alpha+k} - S_{j,j}^{\alpha+k}) \qquad [G.9]$$

$$\delta Z_\alpha^{\alpha+k} = \frac{1}{k_o} \sum_{j=1}^{j=M} \delta_\alpha^{\alpha+k} \nu \Sigma_j^f \sum_{i=1}^{i=M} \chi_i S_{j,i}^{\alpha+k} \qquad [G.10]$$

Ce sont ces dernières quantités qui sont exprimées dans ALCYON.

Plusieurs expériences correspondant à différentes configurations du train mobile de MARIUS III ont été faites et interprétées suivant cette méthode. Nous donnons les résultats sur les figure G.2, G.3, G.4.

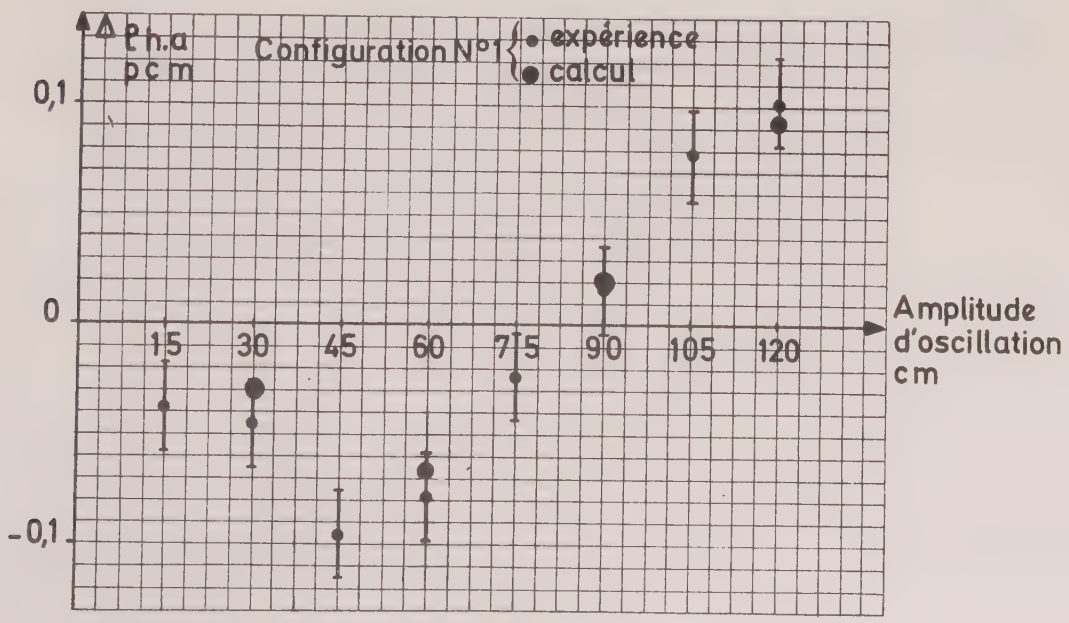



Figure G.2

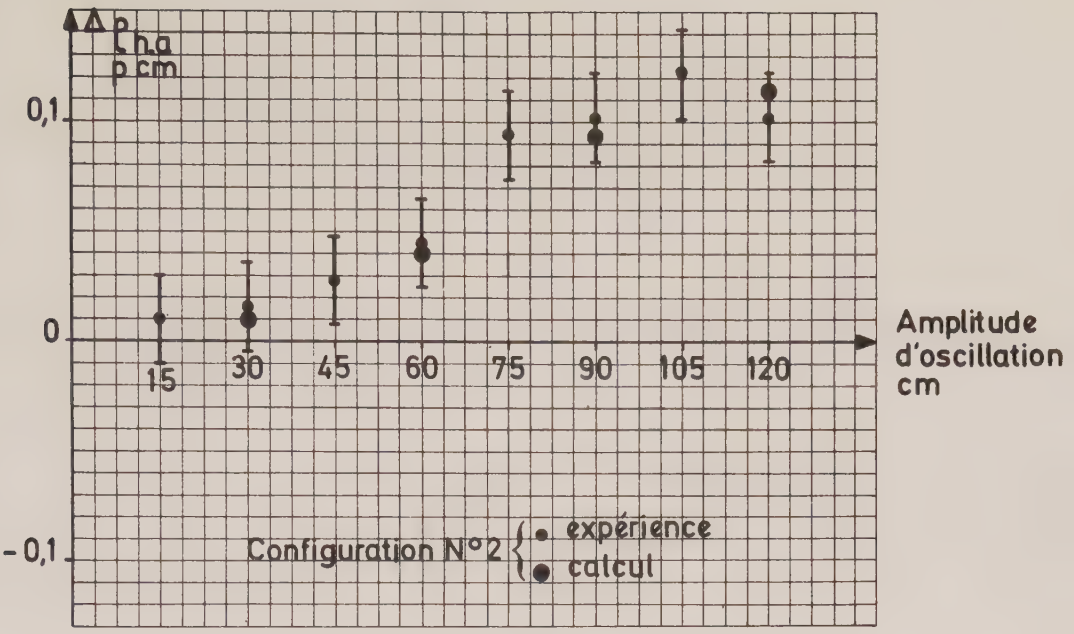



Figure G.3

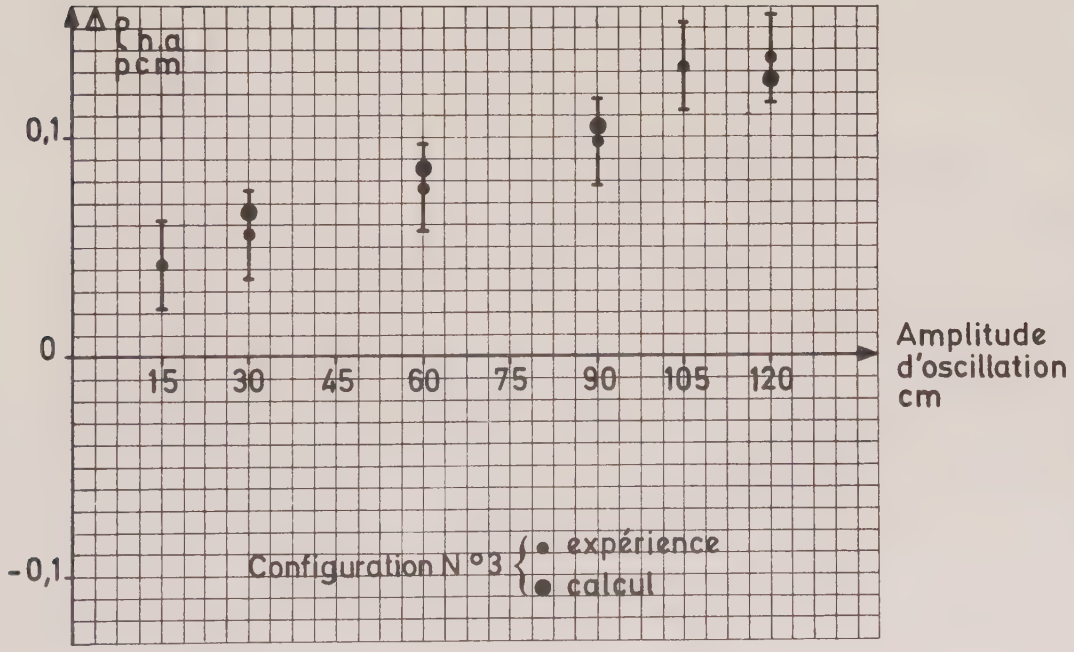



Figure G.4

# ANNEXE H

## INTERPRETATION D'UNE EXPERIENCE SUR L'EFFET DES NEUTRONS RETARDES DANS LE CAS DE L'OSCILLATION D'UN DEMI-TRAIN

### H.1 VARIATION DE REACTIVITE CREEE PAR UNE TRANSLATION EN ECHELON DU DEMI-TRAIN MOBILE

Considérons un réacteur possédant une partie mobile (zone hachurée sur la figure H.1) pouvant prendre deux positions 1 et 2. La partie mobile est de plus supposée homogène.

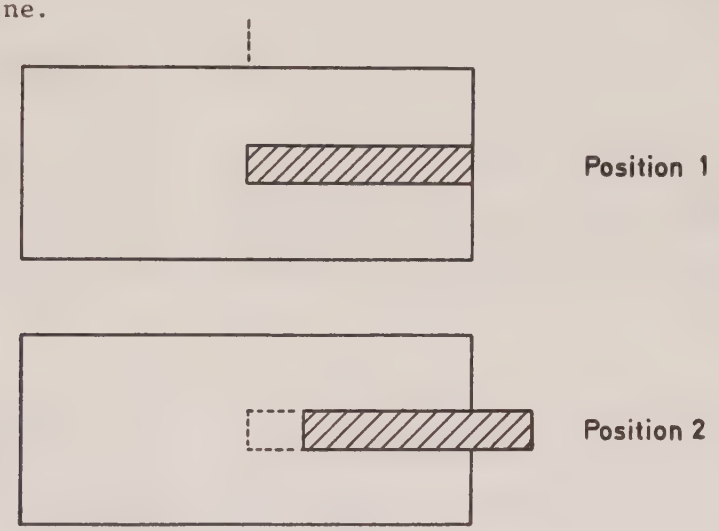



Figure H.1

L'état d'équilibre étant supposé réalisé alors que le demi-train mobile est dans la position 1, le système d'équations régissant les précurseurs se réduit, en théorie de la diffusion, à :

$$\lambda_\ell^k \, C_\ell^k(\vec{r}) = \beta_\ell^k \sum_{j=1}^{j=M} \nu \, \Sigma_j^{f,k}(\vec{r}) \, \Phi_j(\vec{r}) \qquad \ell = 1, 2, \ldots, N \qquad k = 1, 2, \ldots, K \qquad [H.1]$$

(les notations sont celles de l'annexe A).

Imprimons une brusque translation d'amplitude $\alpha$ au demi-train mobile.

La variation de réactivité instantanée due à l'effet des neutrons retardés sera :

$$\Delta\rho_1 = \frac{\int_\tau \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_{r,i}^{k} \, \Phi_i^+(\vec{r}') \, \beta^k \, \nu \, \Sigma_j^{f,k} \, (\Phi_j(\vec{r}') - \Phi_j(\vec{r})) \, dV}{\int_{\text{Réacteur}} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \, \Phi_i^+ \, \nu \, \Sigma_j^f \, \Phi_j \, dV} \qquad [H.2]$$

$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{\alpha}$

$\tau$ est la partie du train mobile contenue dans le réacteur dans la position 2.

H.2 FACTEUR DE DISSYMETRIE

Si maintenant, ayant attendu un temps suffisamment long dans la position 2, pour que le régime soit établi, nous ramenons en un temps infiniment court le demi-train de la position 2 à la position 1, la variation instantanée de réactivité sera :

$$\Delta\rho_2 = \frac{\int_{\tau'} \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_{r,i}^{k} \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \beta^k \, \nu \, \Sigma_j^{f,k} \, (\Phi_j(\vec{r}) - \Phi_j(\vec{r}')) \, dV}{\int_{\text{Réacteur}} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_i \, \Phi_i^+ \, \nu \, \Sigma_j^f \, \Phi_j \, dV} \qquad [H.3]$$

$\tau'$ est la partie du train mobile contenue dans le réacteur dans la position 1.

Nous mettons en évidence un facteur de dissymétrie d entre $\Delta\rho_1$ et $\Delta\rho_2$ qui est :

$$d = \frac{|\Delta\rho_1|}{|\Delta\rho_2|} = \frac{\left| \int_\tau \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_{r,i}^{k} \, \Phi_i^+(\vec{r}') \, \beta^k \, \nu\Sigma_j^{f,k} \, (\Phi_j(\vec{r}') - \Phi_j(\vec{r})) \, dV \right|}{\left| \int_{\tau'} \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=M} \chi_{r,i}^{k} \, \Phi_i^+(\vec{r}) \, \beta^k \, \nu\Sigma_j^{f,k} \, (\Phi_j(\vec{r}) - \Phi_j(\vec{r}')) \, dV \right|} \qquad [H.4]$$

Si le flux est monotone décroissant lorsque l'on va du centre vers la périphérie du réacteur, les variations de réactivité auront l'allure représentée sur la figure H.2.

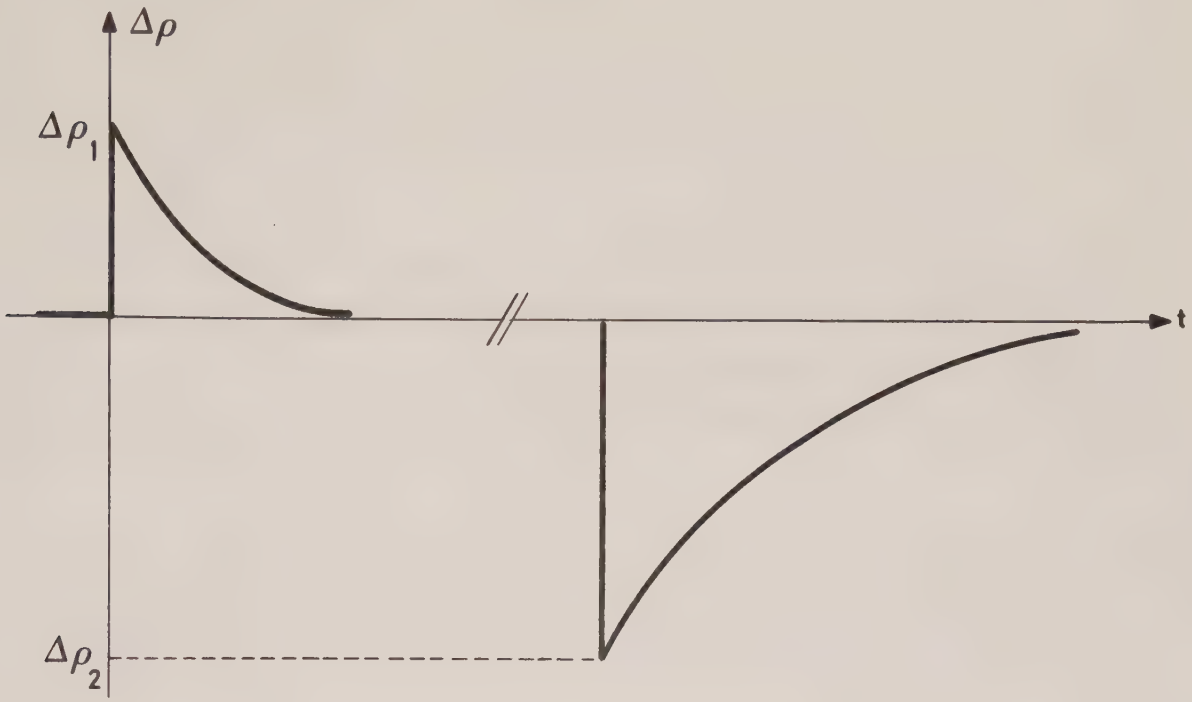



Figure H.2

## H.3 FACTEURS D'ATTENUATION

Si, au lieu de passer de la position 1 à la position 2 en un temps infiniment court, nous y allons en un temps fini Δt, le combustible verra le flux passer progressivement de celui correspondant à la position 1 à celui correspondant à la position 2 (voir figure H.3).

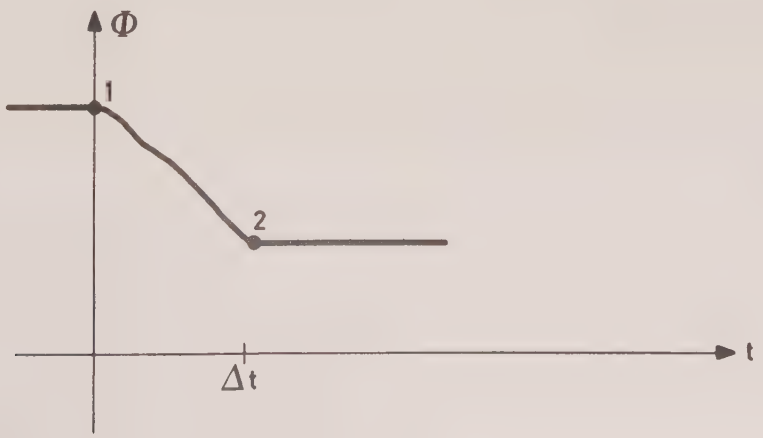



Figure H.3

Les précurseurs vont donc évoluer pendant ce temps en fonction du flux rencontré et la variation de réactivité $\Delta\rho'_1$ enregistrée à l'instant $\Delta t$ sera inférieure à $\Delta\rho_1$. Il en est bien sûr de même pour $\Delta\rho'_2$.

Si on se place dans le cas particulier d'un mouvement infiniment lent, aucune variation de réactivité autre que celle produite par la création d'une cavité ne sera enregistrée.

Un second facteur d'atténuation est dû au fait que pratiquement on n'attend pas dans la position 2 l'état d'équilibre pour repasser dans la position 1. Un troisième facteur s'introduit parce que l'on travaille en régime périodique et que l'on ne s'intéresse qu'aux mesures correspondant au régime permanent.

Ces trois facteurs peuvent se calculer globalement en introduisant dans l'équation régissant les précurseurs (équation cinétique) une forme de flux correspondant à celle du niveau d'oscillation. Le calcul se fait par transformation de Laplace.

## H.4 VERIFICATION EXPERIMENTALE

Une expérience a été faite dans la pile MARIUS III lors de la mesure du $k_\infty$ d'un combustible RHT à 1 % d'enrichissement par la méthode PCTR [ 02 ]. La forme du niveau d'oscillation était la même que dans la méthode de l'empoisonnement progressif. L'enregistrement des comptages a été fait toutes les secondes et moyenné sur 340 cycles afin d'éliminer le plus possible le bruit de fond. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau H.1 et sur la figure H.4.

| $t_{sec}$ | $c_{coups}$ | $t_{sec}$ | $c_{coups}$ | $t_{sec}$ | $c_{coups}$ | $t_{sec}$ | $c_{coups}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,5 | 7656 | 15,5 | 8227 | 30,5 | 8121 | 45,5 | 7574 |
| 1,5 | 7605 | 16,5 | 8128 | 31,5 | 8098 | 46,5 | 7593 |
| 2,5 | 7552 | 17,5 | 8144 | 32,5 | 8033 | 47,5 | 7568 |
| 3,5 | 7682 | 18,5 | 8142 | 33,5 | 7916 | 48,5 | 7646 |
| 4,5 | 8032 | 19,5 | 8162 | 34,5 | 7628 | 49,5 | 7656 |
| 5,5 | 8238 | 20,5 | 8107 | 35,5 | 7320 | 50,5 | 7637 |
| 6,5 | 8437 | 21,5 | 8104 | 36,5 | 7146 | 51,5 | 7647 |
| 7,5 | 8442 | 22,5 | 8140 | 37,5 | 7071 | 52,5 | 7633 |
| 8,5 | 8393 | 23,5 | 8124 | 38,5 | 7291 | 53,5 | 7642 |
| 9,5 | 8368 | 24,5 | 8118 | 39,5 | 7347 | 54,5 | 7677 |
| 10,5 | 8317 | 25,5 | 8110 | 40,5 | 7407 | 55,5 | 7689 |
| 11,5 | 8269 | 26,5 | 8097 | 41,5 | 7481 | 56,5 | 7653 |
| 12,5 | 8227 | 27,5 | 8131 | 42,5 | 7478 | 57,5 | 7706 |
| 13,5 | 8225 | 28,5 | 8128 | 43,5 | 7505 | 58,5 | 7690 |
| 14,5 | 8189 | 29,5 | 8100 | 44,5 | 7523 | 59,5 | non mesuré |

Tableau H.1

Le facteur de dissymétrie d calculé à partir d'ALCYON est de 1,81. La valeur expérimentale est 1,91.

Les facteurs d'atténuation calculés sont respectivement 0,5 ; 0,87 ; 0,88. Le facteur global est donc de 0,38.

On en déduit pour les calculs :

$\Delta\rho'_1 = 0,312 \times 0,38 = 0,12$ p.c.m.

$\Delta\rho'_2 = - 0,565 \times 0,38 = -0,21$ p.c.m.

Les valeurs mesurées sont :

$\Delta\rho'_1 = 0,12$ p.c.m.

$\Delta\rho'_2 = - 0,23$ p.c.m.

L'effet parasite de réactivité se calcule en cherchant les valeurs $\mu_1$ et $\mu_2$ (figure 2.3) par extrapolation et en les comparant à $M_1$ et $M_2$. Dans le cas de l'expression PCTR, cet effet correspondait à une correction d'une centaine de p.c.m. sur le $k_\infty$.

Figure H.4

# ANNEXE I

## VERIFICATION DES VALEURS DE $\beta_i$ ET $\lambda_i$

### I.1. - EXPERIENCE

Le train central de MARIUS ayant la composition indiquée sur la figure I.1 a été oscillé pendant mille cycles de une minute.

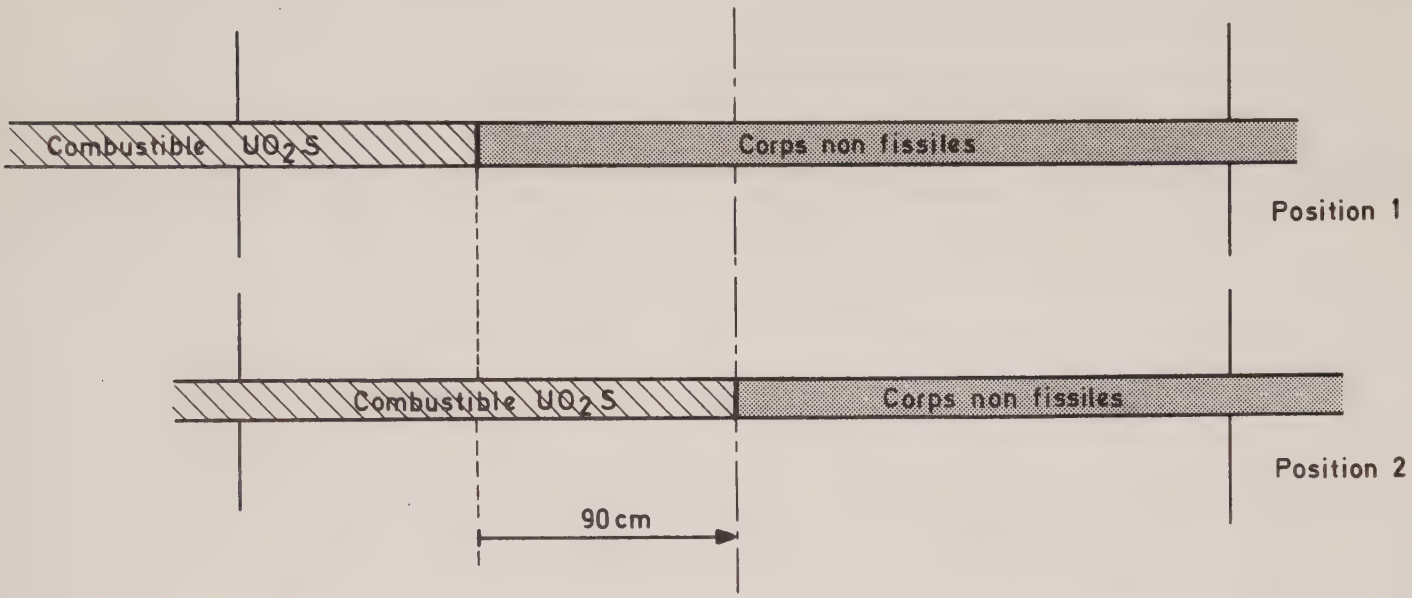



Figure I.1

Le signal, enregistré toutes les secondes est moyenné sur les mille périodes. La courbe obtenue est représentée sur la figure I.2.

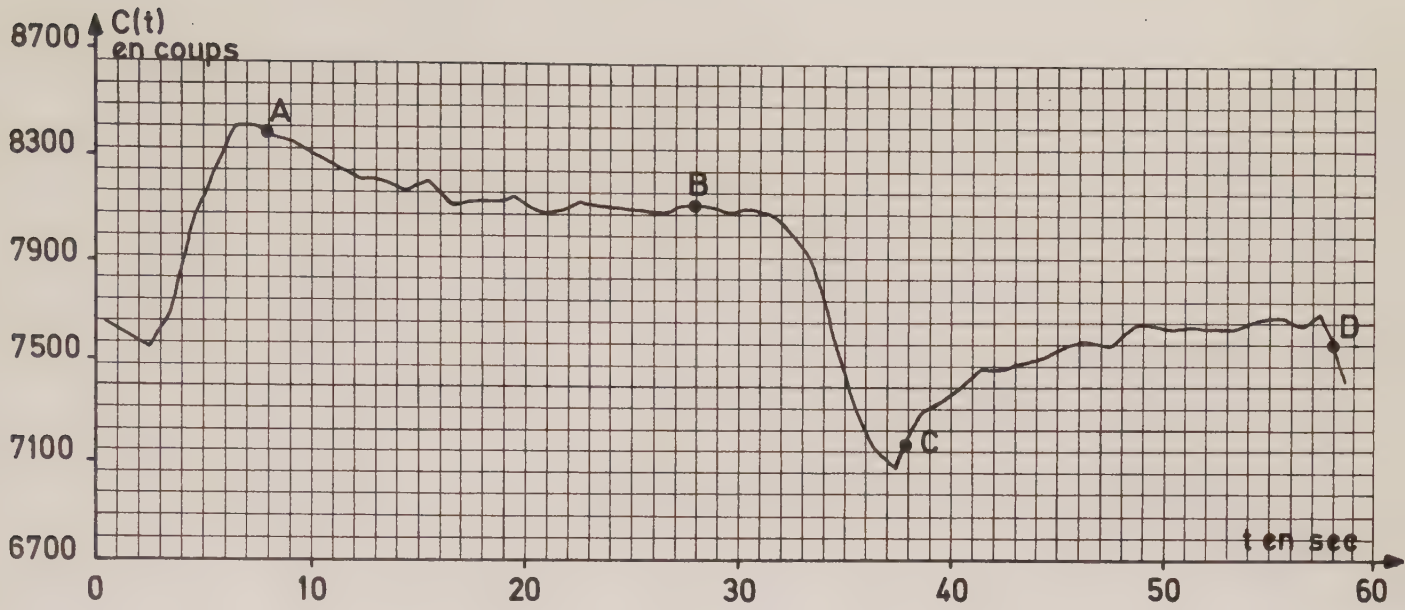



Figure I.2

Nous nous proposons de comparer le résultat expérimental(*) (courbes AB et CD) à un résultat calculé à partir des concentrations relatives des noyaux précurseurs dans les différents groupes et des constantes de décroissance radioactive trouvées dans l'ANL 5800. Ces valeurs sont rappelées dans le tableau I.1.

| Groupe | U 235 | | U 238 | |
|---|---|---|---|---|
| | $a_i = \nu\beta_i$ | $T^i_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda_i}$ s | $a_i = \nu\beta_i$ | $T^i_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda_i}$ s |
| 1 | 0,00052 | 55,720 | 0,00054 | 52,380 |
| 2 | 0,00346 | 22,720 | 0,00564 | 21,580 |
| 3 | 0,00310 | 6,220 | 0,00667 | 5,000 |
| 4 | 0,00624 | 2,300 | 0,01599 | 1,930 |
| 5 | 0,00182 | 0,610 | 0,00927 | 0,490 |
| 6 | 0,00066 | 0,230 | 0,00309 | 0,172 |

TABLEAU I. 1

(*) Le temps de réponse du pilote, de l'ordre de 0,1 s, n'affecte pas le résultat car il ne concerne que les groupes à vie courte, lesquels ne sont de toute façon pas détectables dans notre mesure puisqu'ils ne concernent que les premiers instants du comptage,

I.2. - CALCUL

L'équation à résoudre est (3.12)

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i^k + \lambda_i^k C_i^k = P\psi \qquad [I.1]$$

$C_i^k$ : concentration des noyaux du groupe i (isotope k)

$\lambda_i^k$ : constante de décroissance radioactive du groupe i (isotope k)

$\psi$ : flux vu par la partie mobile du réacteur lors de la translation.

Ce flux $\psi$, ou plus exactement sa variation $\Delta\psi$ a la même allure que celle du créneau d'oscillation représenté sur la figure I.3.

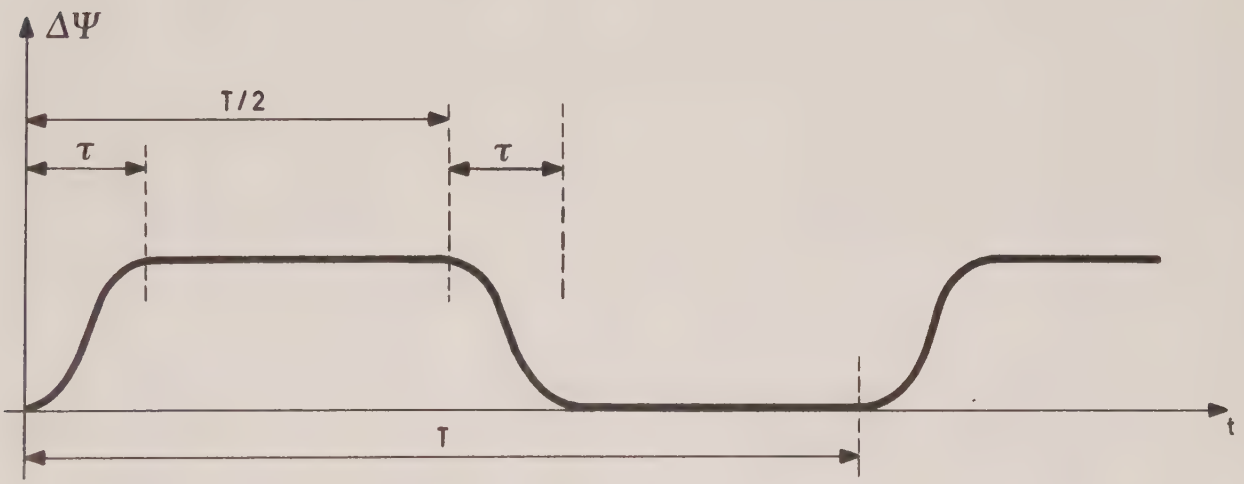



Figure I.3

En résolvant (I.1) par transformation de Laplace, on obtient, après quelques calculs :

$$
\begin{aligned}
|\Delta\rho| \propto \sum_{k=1}^{k=K} \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{k'=0}^{\infty} \bar{\omega}^{k} \beta_i^k \Bigg\{ \Bigg[ 1 - e^{-\lambda_i^k (t-k'T)} \Bigg] \Upsilon(t-k'T) \\
+ \Bigg[ 1 - e^{-\lambda_i^k (t-\tau-k'T)} \Bigg] \Upsilon(t-\tau-k'T) - \\
\Bigg[ 1 - e^{-\lambda_i^k (t-\frac{T}{2}-k'T)} \Bigg] \Upsilon(t-\frac{T}{2}-k'T) \\
- \Bigg[ 1 - e^{-\lambda_i^k (t-\frac{T}{2}-\tau-k'T)} \Bigg] \Upsilon(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T) \\
+ \frac{\lambda_i^{k\,2}}{\lambda_i^{k\,2} + \frac{\pi^2}{\tau^2}} \Bigg\{ e^{-\lambda_i^k (t-k'T)} \Upsilon(t-k'T) \\
+ e^{-\lambda_i^k (t-\tau-k'T)} \Upsilon(t-\tau-k'T) - e^{-\lambda_i^k (t-\frac{T}{2}-k'T)} \Upsilon(t-\frac{T}{2}-k'T) \\
- e^{-\lambda_i^k (t-\frac{T}{2}-\tau-k'T)} \Upsilon(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T) \Bigg\} \\
+ \frac{\lambda_i^{k\,2}}{\lambda_i^{k\,2} + \frac{\pi^2}{\tau^2}} \Bigg\{ - \cos\left[\frac{\pi}{\tau}(t-k'T)\right] \Upsilon(t-k'T) - \cos\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\tau-k'T)\right] \Upsilon(t-\tau-k'T) \\
+ \cos\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\frac{T}{2}-k'T)\right] \Upsilon(t-\frac{T}{2}-k'T) + \cos\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T)\right] \\
\Upsilon(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T) \Bigg\} \\
+ \frac{\lambda_i^k \pi}{(\lambda_i^{k\,2} + \frac{\pi^2}{\tau^2})\tau} \Bigg\{ - \sin\left[\frac{\pi}{\tau}(t-k'T)\right] \Upsilon(t-k'T) - \sin\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\tau-k'T)\right] \\
\Upsilon(t-\tau-k'T) \\
+ \sin\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\frac{T}{2}-k'T)\right] \Upsilon(t-\frac{T}{2}-k'T) \\
+ \sin\left[\frac{\pi}{\tau}(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T)\right] \Upsilon(t-\frac{T}{2}-\tau-k'T) \Bigg\} \Bigg\} \qquad [I.2]
\end{aligned}
$$

$\Upsilon(t)$ : Echelon d'Heaviside

Cette relation a été programmée. Elle n'a bien entendu un sens que lorsque le train est arrêté et elle n'exprime strictement que la variation de réactivité due à l'effet des neutrons retardés. D'autre part, comme nous l'avons vu dans la troisième partie, le facteur de proportionnalité n'est pas le même dans les deux sens.

Avec les valeurs numériques correspondant à l'expérience, on peut tracer sur un même graphique les valeurs calculées et expérimentales (Figure I.4 et Figure I.5).

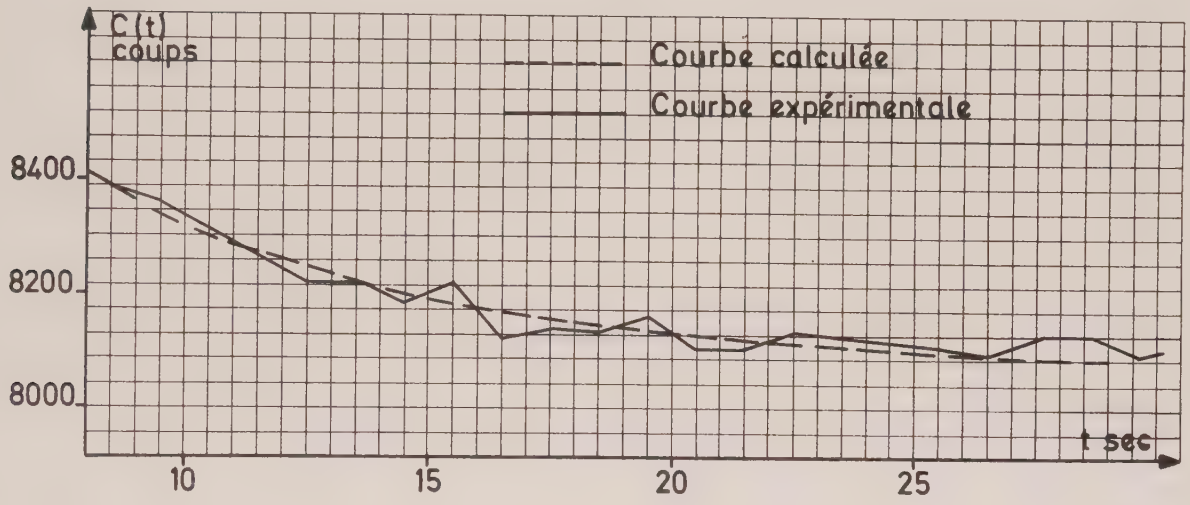



Figure I.4

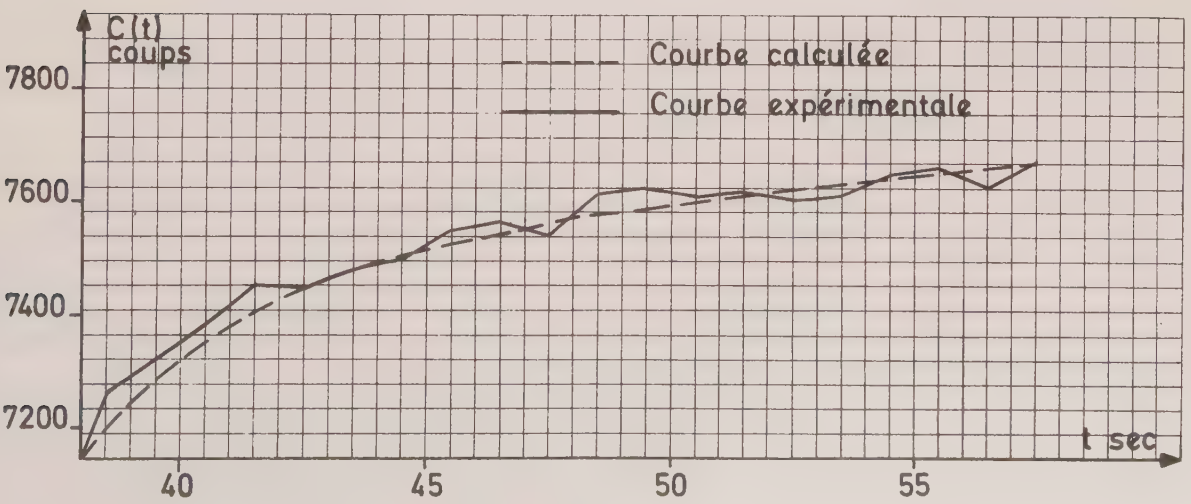



Figure I.5

On voit que les courbes expérimentales et calculées sont cohérentes. On peut en conclure que les six groupes de neutrons retardés et les valeurs qui s'y rattachent ($\beta_i$ et $\lambda_i$) permettent de représenter la réalité (les $\beta_i$ sont employées ici dans le sens de proportion et non de valeurs absolues).

Nous avons simplement montré ici qu'il n'y avait pas de désaccord entre l'expérience et le calcul, mais une expérience telle que celle que nous avons décrite, avec $\tau$ le plus faible possible, et comportant 10000 ou 20000 cycles devrait permettre un ajustement très précis des $\beta_i$ et $\lambda_i$.

Vu et approuvé :

Orsay, le 27 mai 1974

Le Vice-Président du Centre d'Orsay :

J. HAISSINSKI